



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#1

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Umowa:

Gdy zdanie  $p$  jest prawdziwe to jego wartość logiczna wynosi 1

Gdy zdanie  $p$  jest fałszywe to jego wartość logiczna wynosi 0

Podaj sumę i iloczyn rozwiązań równania:

$$x^{\log_{2024} x} = 2024$$

Odp:

Suma pierwiastków wynosi  wynik podaj w postaci licznik/mianownik (1p)

Iloczyn pierwiastków wynosi  (1p)

#2

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n + 9^{n-1} \cdot 5 + 9^{n-2} \cdot 5^2 + \dots + 9 \cdot 5^{n-1} + 5^n}{9^n}$$

Wynik podaj w postaci ułamka  $p/q$  gdzie  $p$  i  $q$  są wzajemnie pierwsze

Odp:  $p =$   (1p)

Odp:  $q =$   (1p)

Następnie podaj wynik w postaci ułamka dziesiętnego

Odp:  (1p)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#3

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Niech  $a, b$  będą liczbami rzeczywistymi dodatnimi.

Zakładając, że każde z równań:  $x^2 + ax + 2b = 0$ ,  $x^2 + 2bx + a = 0$  ma rozwiązania rzeczywiste

a) znajdź najmniejszą możliwą wartość sumy:  $a+b$

Odp:  (1p)

b) Oceń wartość logiczną zdania  $p$ : Najmniejsza możliwa wartość sumy  $a+b$  jest liczbą pierwszą.

Odp:  (1p)

c) Oceń wartość logiczną zdania  $r$ : Najmniejsza możliwa wartość sumy  $a+b$  jest liczbą parzystą

Odp:  (1p)

#4

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

W trójkącie  $ABC$  punkt  $D$  leży na boku  $CB$ . Miara kąta  $CAD$  wynosi  $60^\circ$ , miara kąta  $DAB$  wynosi  $60^\circ$ .  $|AC| = 3$ ,  $|AB| = 6$ . Wyznacz  $|AD|$ .

Odp:  $|AD| =$   (1p)

Oceń wartość logiczną zdania  $p$ :  $|AD|$  jest liczbą pierwszą

Odp:  (1p)

Oceń wartość logiczną zdania  $r$ : Pole trójkąta  $ABC$  wynosi:  $\frac{3^{5/2}}{2}$

Odp:  (1p)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#5

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

W urnie znajduje się 13 kul oznaczonych:  $1, 2, 3, \dots, 13$ . Z urny losowo wybieramy 6 kul. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma liczb przyporządkowanych wybranym kulom będzie nieparzysta?

Odpowiedź podaj w postaci ułamka nieskracalnego  $p/q$ . Następnie podaj wynik w postaci ułamka dziesiętnego z dokładnością do trzech cyfr po przecinku.

Odp:  $p =$   (1p)

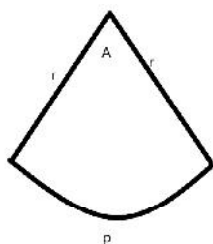
Odp:  $q =$   (1p)

Odp:  (1p)

#6

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Drut o długości  $l$  wyginamy na kształt wycinka koła (patrz rysunek).



Dla jakiej wartości kąta  $A$  (w radianach) pole tego wycinka jest największe?

Odp:  (1p)

Oceń wartość logiczną zdania  $p$ : Kąt ten jest rozwarty

Odp:  (1p)

Oceń wartość logiczną zdania  $r$ : Kąt ten jest większy od kąta  $120^\circ$

Odp:  (1p)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#7

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Pole powierzchni prostopadłościanu wynosi  $44\text{cm}^2$ . Suma długości jego krawędzi wynosi  $36\text{cm}$ . Wyznacz długość przekątnej prostopadłościanu i oceń wartość logiczną następujących zdań

p: Długość przekątnej jest większa od 6

Odp:  (1p)

r: Długość przekątnej wyrażona jest liczbą niewymierną

Odp:  (1p)

s: Długość przekątnej jest liczbą podzielną przez 7

Odp:  (1p)

z: Długość przekątnej jest wyrażona liczbą pierwszą

Odp:  (1p)

#8

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Przedstaw wielomian  $W(x) = x^4 + 4$  w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych:

$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ , gdzie  $a \leq c$

Następnie zauważ, że  $W(1) = 5$  to liczba pierwsza.

Dla ilu naturalnych wartości  $n$ ,  $W(n)$  jest liczbą pierwszą?

Odp: a =  (1p)

Odp: b =  (1p)

Odp: c =  (1p)

Odp: d =  (1p)

Odp: Liczność zbioru  $\{n \in \mathbb{N} : W(n) \text{ jest liczbą pierwszą}\}$  wynosi  (1p)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#9

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Dany jest okrąg o równaniu  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$  oraz punkt  $M = (0,5 ; 2)$

a) Jaką najmniejszą długość ma promień okręgu, który jest styczny wewnętrznie do danego okręgu i przechodzi przez punkt M? Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr po przecinku

Odp:  (1p)

b) W dany okrąg wpisano kwadrat tak, że punkt M należy do jednej z jego przekątnych. Napisz równania kierunkowe prostych, w których zawierają się boki tego kwadratu. Podaj wartość największego wyrazu wolnego występującego w tych równaniach

Odp:  (1p)

c) Podaj wartość najmniejszego współczynnika kierunkowego występującego w tych równaniach

Odp:  (1p)

d) Czy punkt  $P(4,2)$  może być wierzchołkiem kwadratu opisanego na tym okręgu. W przypadku pozytywnym w polu odpowiedzi wpisz 1, w przeciwnym przypadku 0.

Odp:  (1p)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#10

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Dla jakich wartości parametru  $k$ , równanie  $\cos^6 x + \sin^6 x = \log_2 k$  posiada rozwiązanie?

Wynik powinien mieć postać  $k \in [a, b]$

Podaj  $a$  w postaci licznik/mianownik

Odp:  (1p)

Podaj  $b$

Odp:  (1p)

Podaj wartość iloczynu  $ab$  w postaci licznik/mianownik

Odp:  (1p)

Podaj wartość ilorazu  $b/a$  w postaci licznik/mianownik

Odp:  (1p)

Podaj wartość ilorazu  $a/b$  w postaci licznik/mianownik

Odp:  (1p)

Więcej materiałów na [lern.one](https://lern.one)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#11

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Pojemnik w kształcie prostopadłościanu z otwartą górą musi mieć objętość 16 metrów sześciennych. Ponadto jeden bok podstawy musi mieć 4 metry długości. Jeśli materiał na podstawę kosztuje 8 zł za metr kwadratowy, a materiał na ściany boczne kosztuje 2 zł za metr kwadratowy, znajdź wymiary pojemnika tak, aby koszt materiału do jego wykonania był minimalny. Oblicz minimalny koszt z dokładnością do groszy.

Wynik podaj w postaci  $ab,cd$  gdzie  $a$  - to cyfra dziesiątek,  $b$  - jedności,  $c$  - części dziesiętnych,  $d$  - części setnych przybliżonego wyniku do części setnych.

Odp:

$a =$   (1p)

$b =$   (1p)

$c =$   (1p)

$d =$   (1p)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#12

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

Wiadomo, że liczby  $\operatorname{ctgx}, 1, \frac{\sin x}{1+\cos x}$  dla  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  są pierwszymi trzema wyrazami ciągu arytmetycznego  $a_n$

a) Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu. Wynik zaokrąglij do części dziesiętnych

Odp:  $a_1 =$   (1p)

Odp:  $r =$   (1p)

b) Ile wyrazów tego ciągu spełnia nierówność:  $(a_n - 14 - 13\sqrt{3})(a_n + \sqrt{3}) \leq 0$

Odp:  (1p)

c) Oblicz sumę wyrazów tego ciągu od piętnastego do dwudziestego piątego włącznie. Wynik podaj w zaokrągleniu do jedności

Odp:  (1p)

d) Oceń wartość logiczną zdania p:  $a_{15} + a_{16} + \dots + a_{25}$  jest liczbą wymierną

Odp:  - wpisz 0 gdy fałsz lub 1 gdy prawda (1p)



# Matura próbna 2024 - matematyka PR

## Matura 2024 - matematyka rozszerzona

#13

MATURY PRÓBNE 2024, Matematyka rozszerzenie

W okrąg o promieniu  $R = 10$  wpisano kwadrat i trójkąt równoboczny mające wspólny wierzchołek. Oblicz pole i obwód części wspólnej obu figur.

Odpowiedź podaj w postaci:

Pole:  $a(b\sqrt{3} - c)$

Obwód:  $d\sqrt{3}(e + 2\sqrt{2} - \sqrt{f} - \sqrt{3})$

Odp: a = , (1p)

Odp: b = , (1p)

Odp: c = , (1p)

Odp: d = , (1p)

Odp: e = , (1p)

Odp: f = , (1p)