

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**E-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

**EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI**  
**POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **2 czerwca 2021 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

☐

dostosowania zasad oceniania

☐

dostosowania w zw. z dyskalkulią

☐

nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.



EMAP-R0-**100**-2106

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 25 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
6. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
7. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia  $\left((\sqrt{3} - 1)^2 - (\sqrt{3} + 1)^2\right)^3$  jest równa

- A. 512                      B. 0                      C.  $-24\sqrt{3}$                       D.  $-192\sqrt{3}$

### Zadanie 2. (0–1)

Granice  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 4}{n+1}$  i  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{an^2 + bn + 4}$  są równe. Stąd wynika, że

- A.  $a = 0$  i  $b = 0$                       B.  $|a| = 1$  i  $b = 0$   
C.  $|a| = 1$  i  $|b| = 1$                       D.  $a = 0$  i  $|b| = 1$

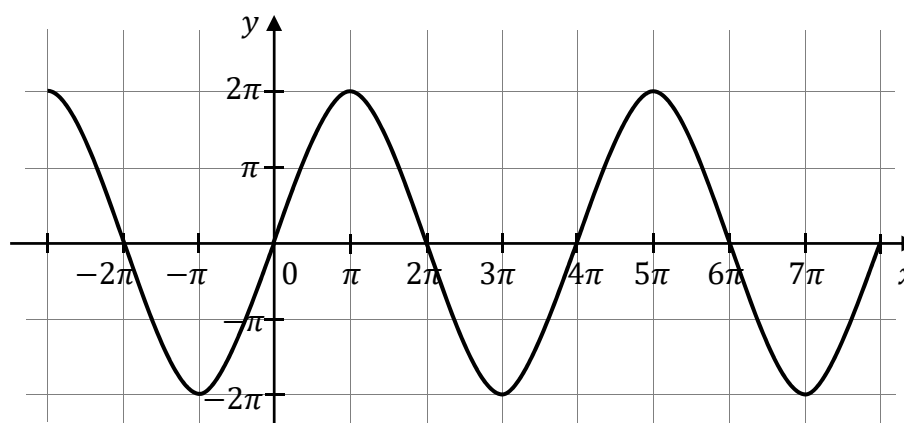
### Zadanie 3. (0–1)

Wektory  $\vec{a} = [m - 2, m + 2]$  oraz  $\vec{b} = [m^{1,5}, 2^{1,5}]$  mają równe długości wtedy i tylko wtedy, gdy

- A.  $m = 0$  lub  $m = 4$                       B.  $m = 0$  lub  $m = 2$   
C.  $m = 2$                       D.  $m = 2$  lub  $m = 4$

### Zadanie 4. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pewnej funkcji  $f$  określonej dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Jeden z podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji  $f$ .



- A.  $f(x) = 2 \sin(2x)$                       B.  $f(x) = 2\pi \cdot \sin(2x)$   
C.  $f(x) = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$                       D.  $f(x) = 2\pi \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

**Wielej materiałow na lern.one**

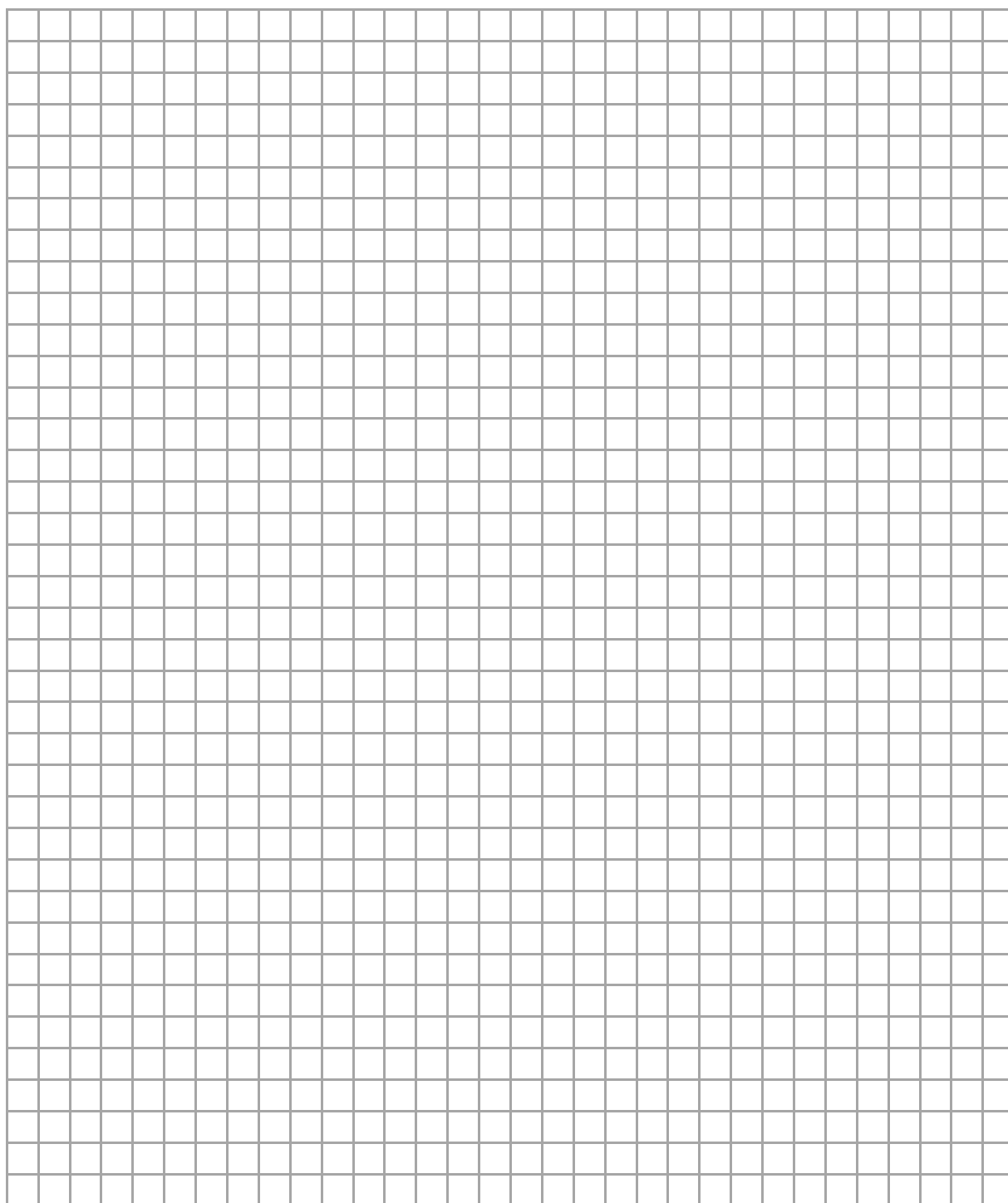
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

**Zadanie 5. (0–2)**

Wynikiem dzielenia wielomianu  $5x^3 - 7x^2 - 4x - 4$  przez dwumian  $x - 2$  jest trójmian kwadratowy postaci  $ax^2 + bx + c$ .

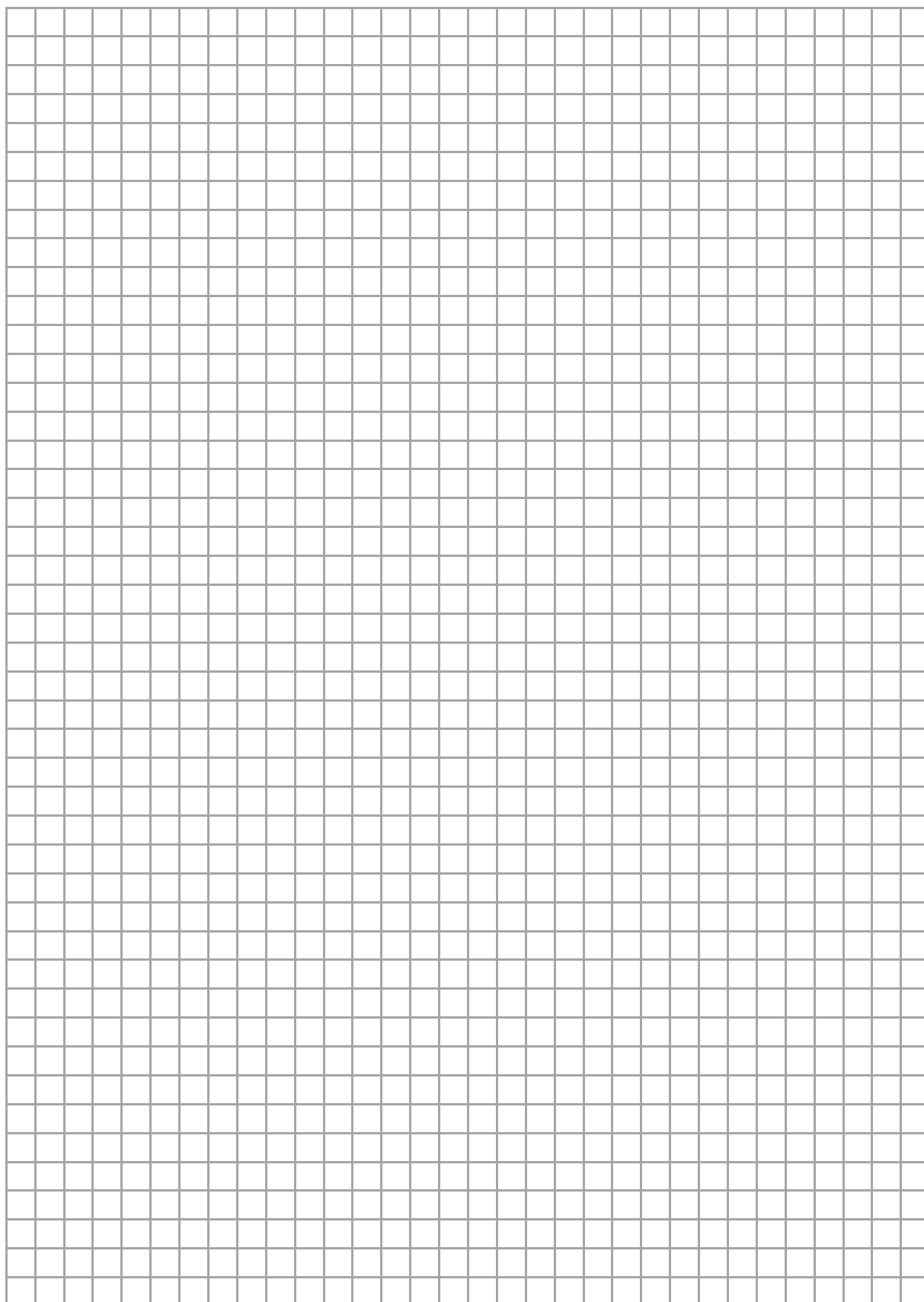
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – wartości współczynników  $a$ ,  $b$  oraz  $c$ .

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|



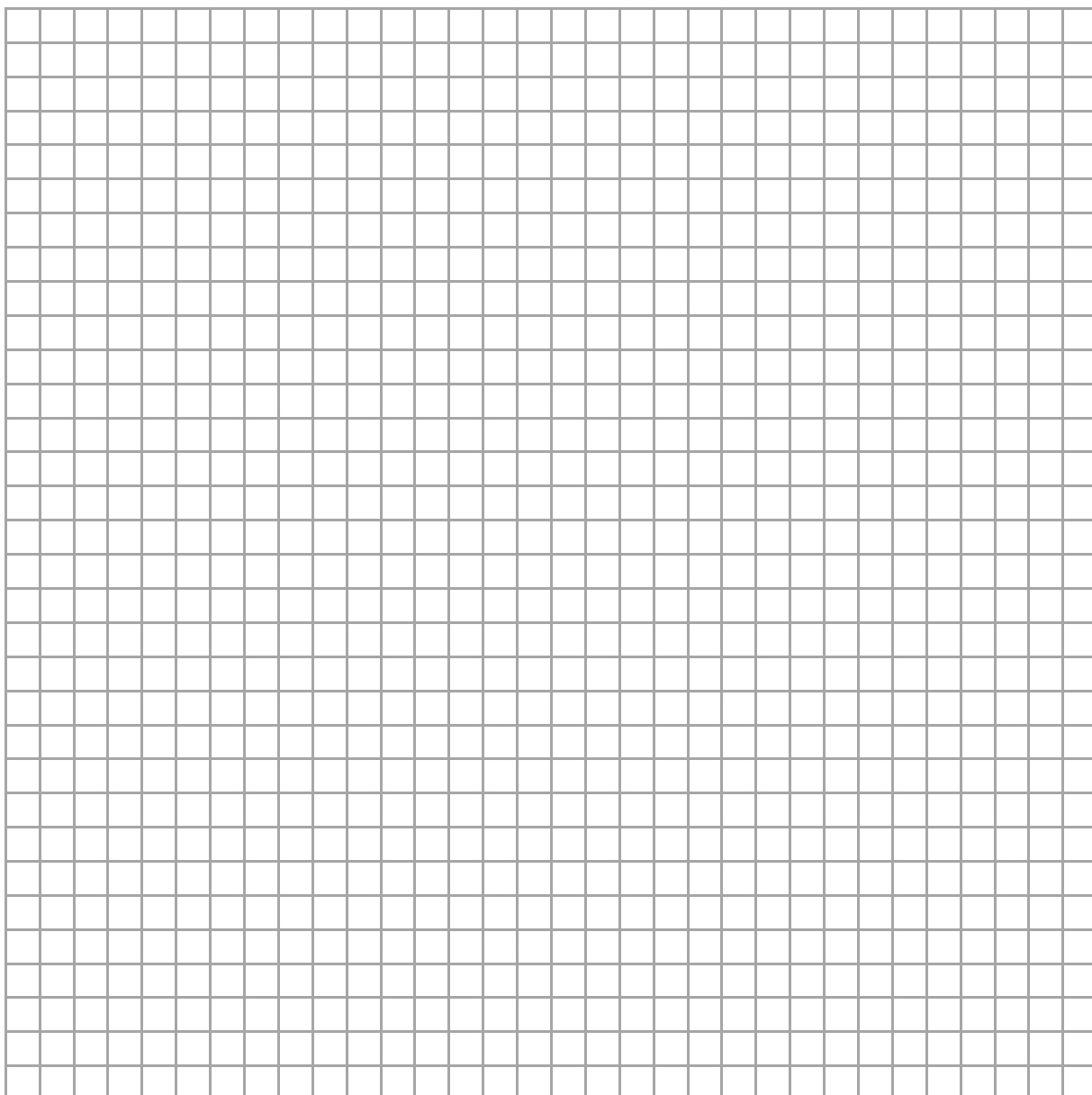
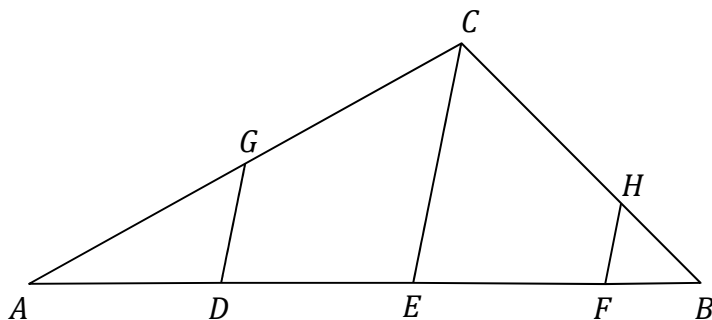
**Zadanie 6. (0–3)**

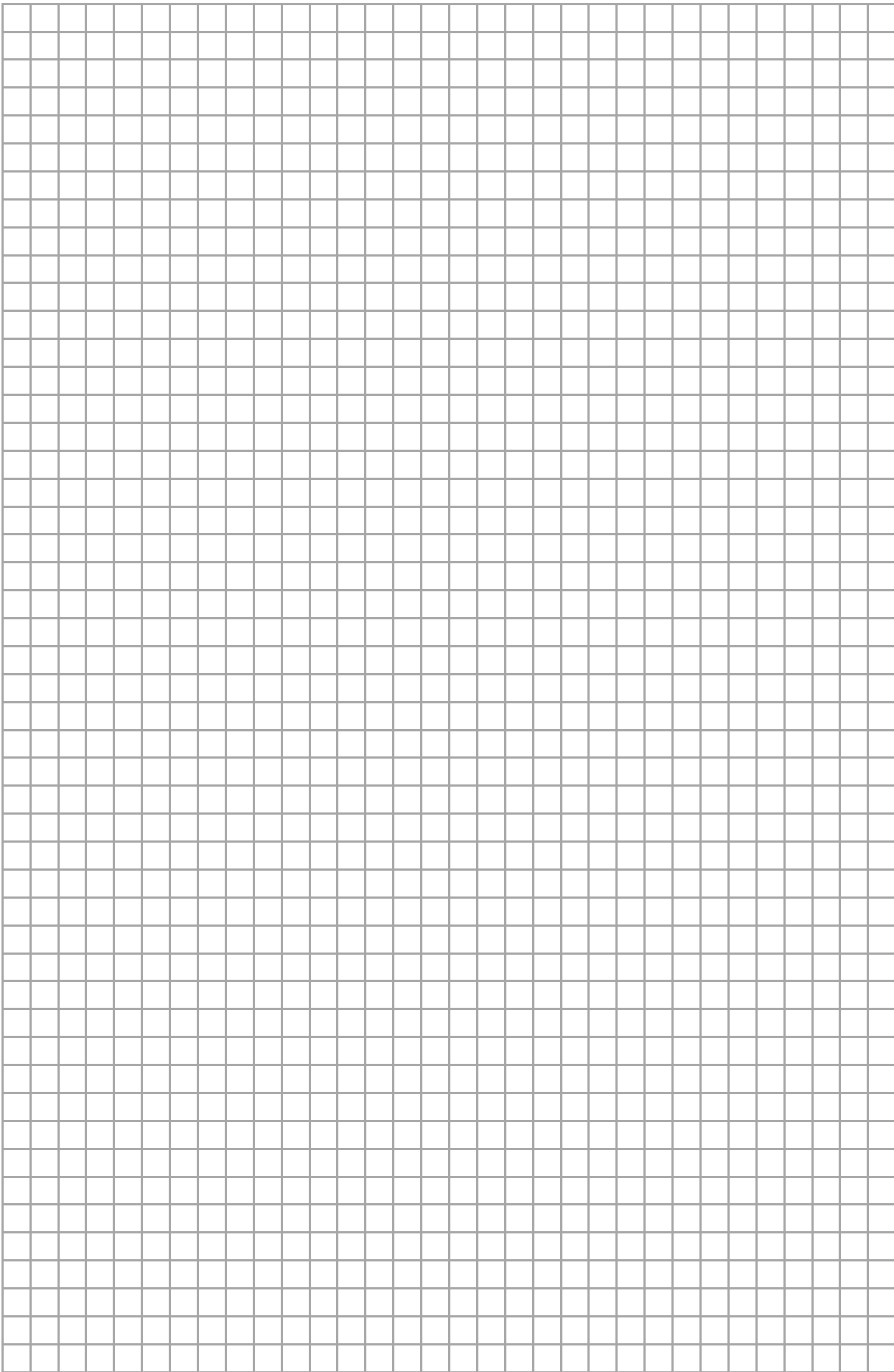
Niech  $\log_2 9 = c$ . Wykaż, że  $\log_3 54 = \frac{3c+2}{c}$ .



**Zadanie 7. (0–3)**

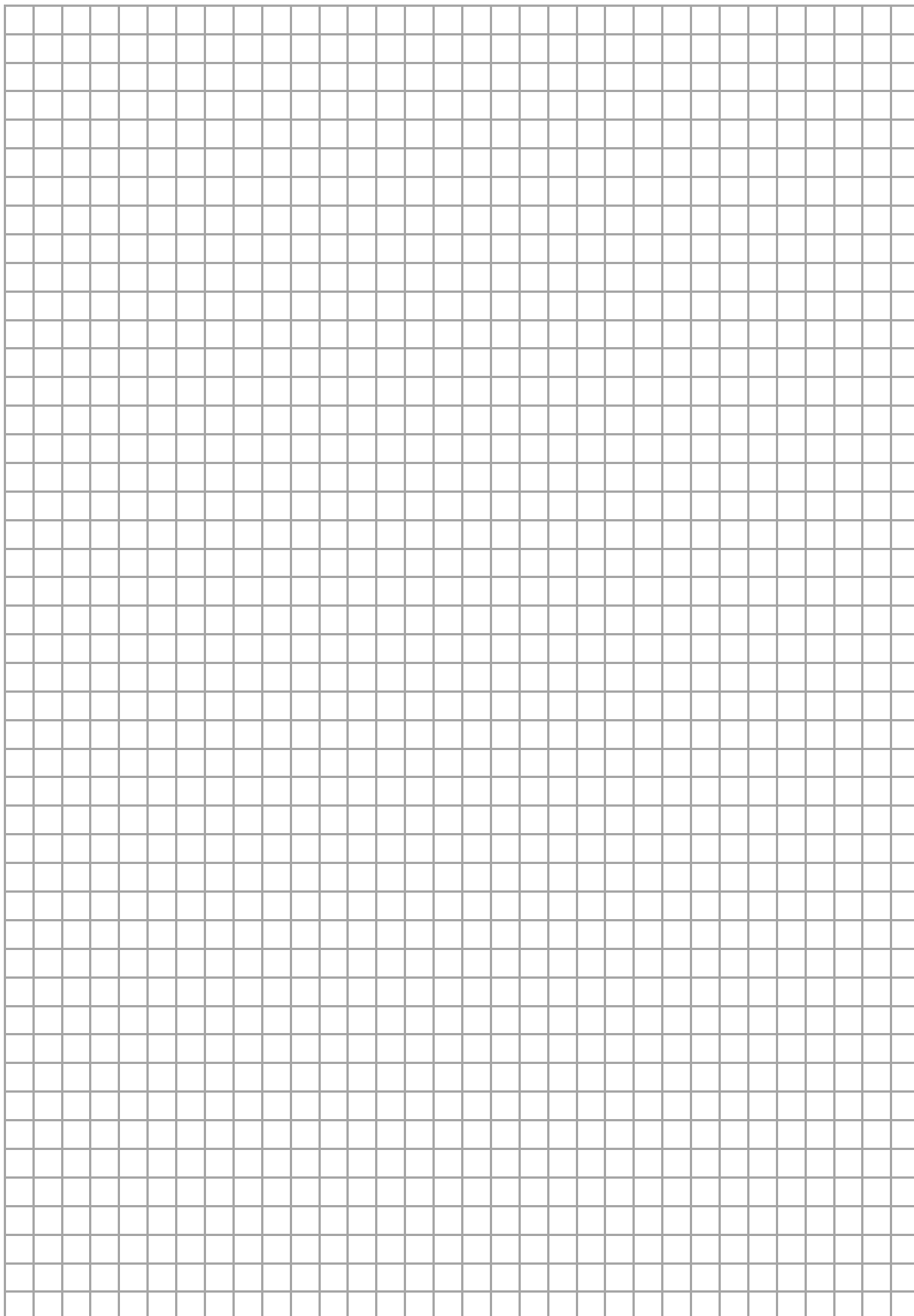
Dany jest trójkąt  $ABC$ . Na boku  $AB$  tego trójkąta obrano punkty  $D$ ,  $E$  i  $F$  tak, że  $|AD| = |DE| = |EF| = 2|FB|$ . Na bokach  $AC$  i  $BC$  obrano – odpowiednio – punkty  $G$  i  $H$  tak, że  $DG \parallel EC$  oraz  $FH \parallel EC$  (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli pole trójkąta  $FBH$  jest równe  $S$ , to pole trójkąta  $ADG$  jest równe  $3S$ .

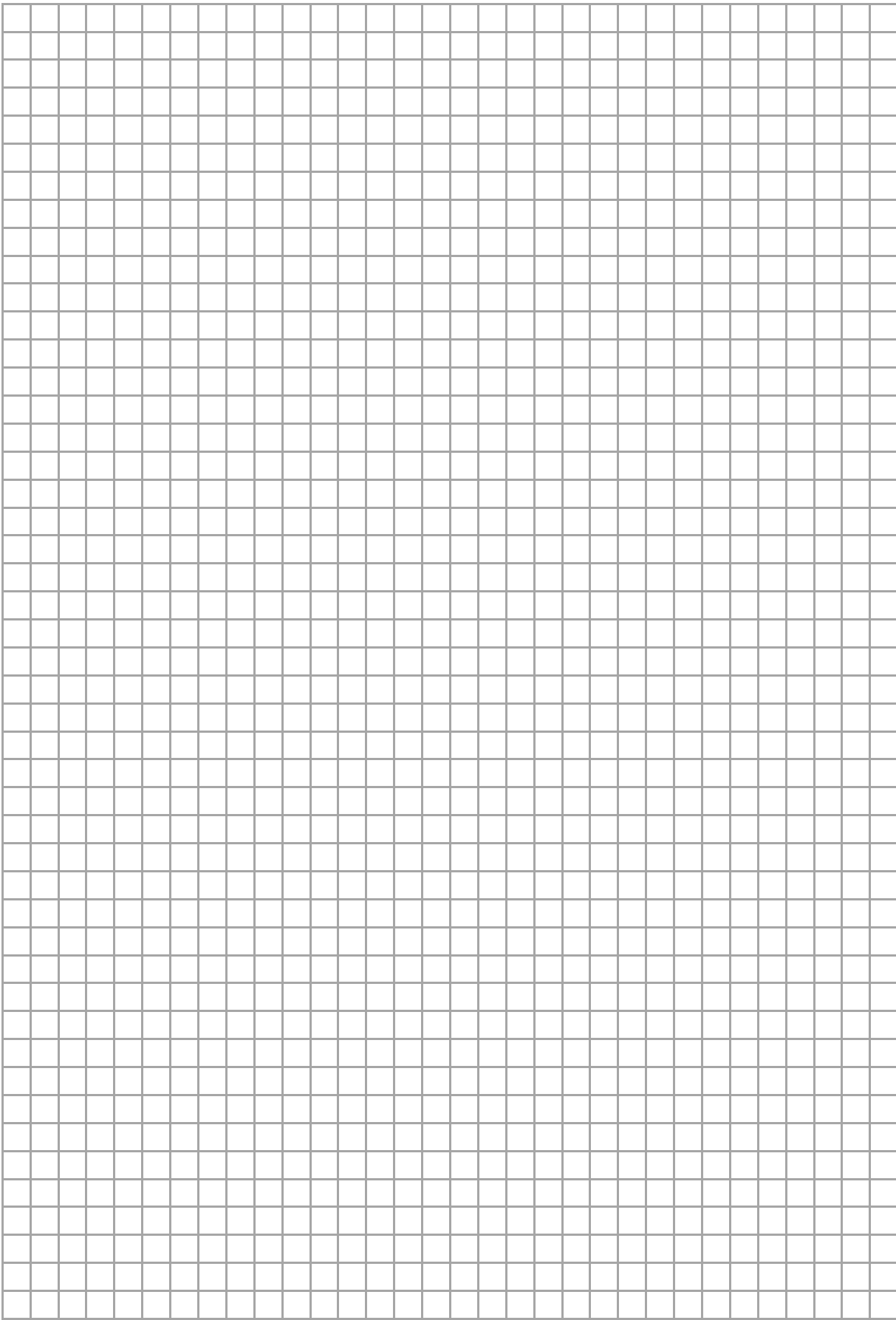




**Zadanie 8. (0–4)**

Rozwiąż równanie  $2 \cos^2 x - \cos x = \sin(2x) - \sin x$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

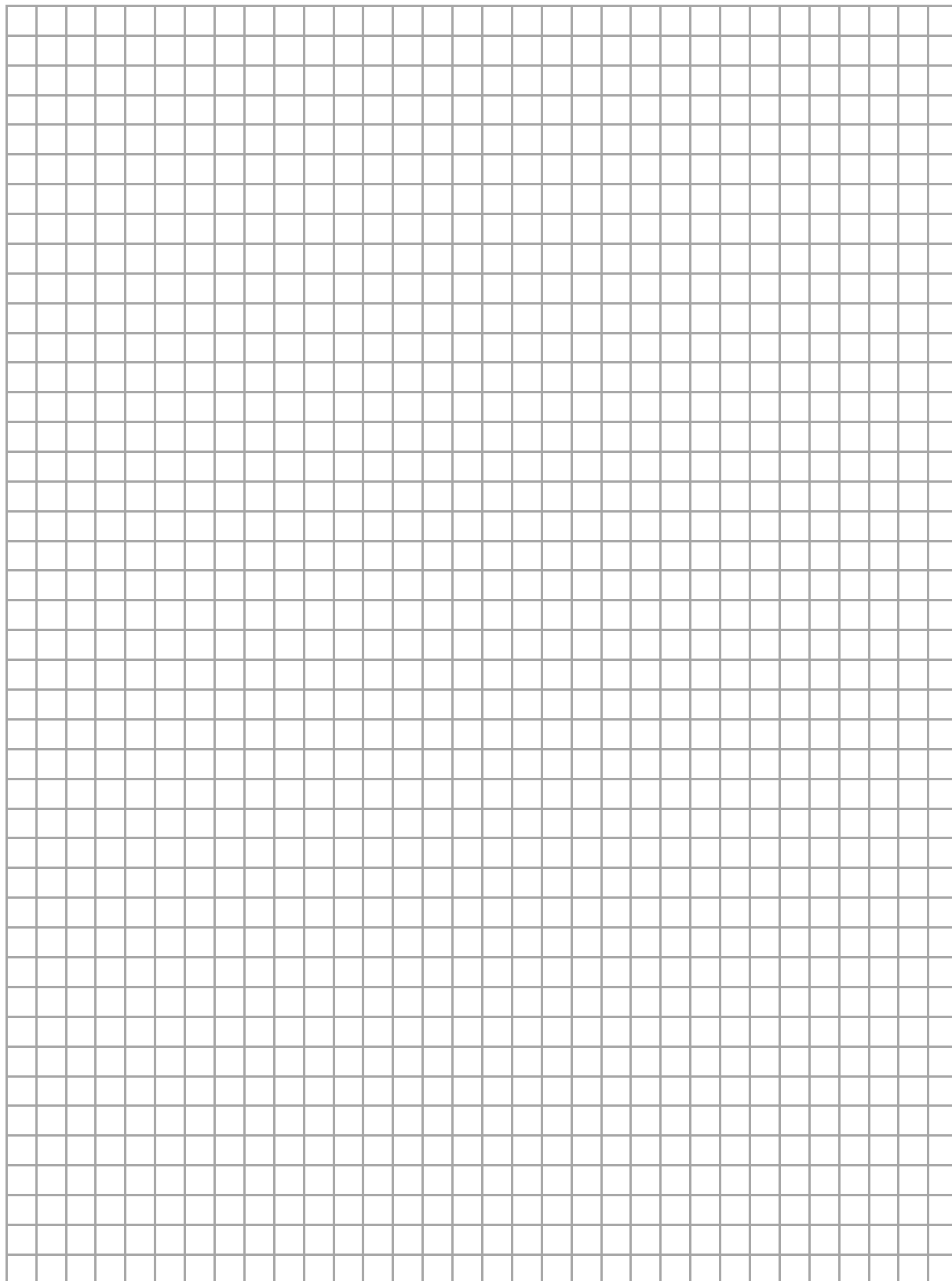


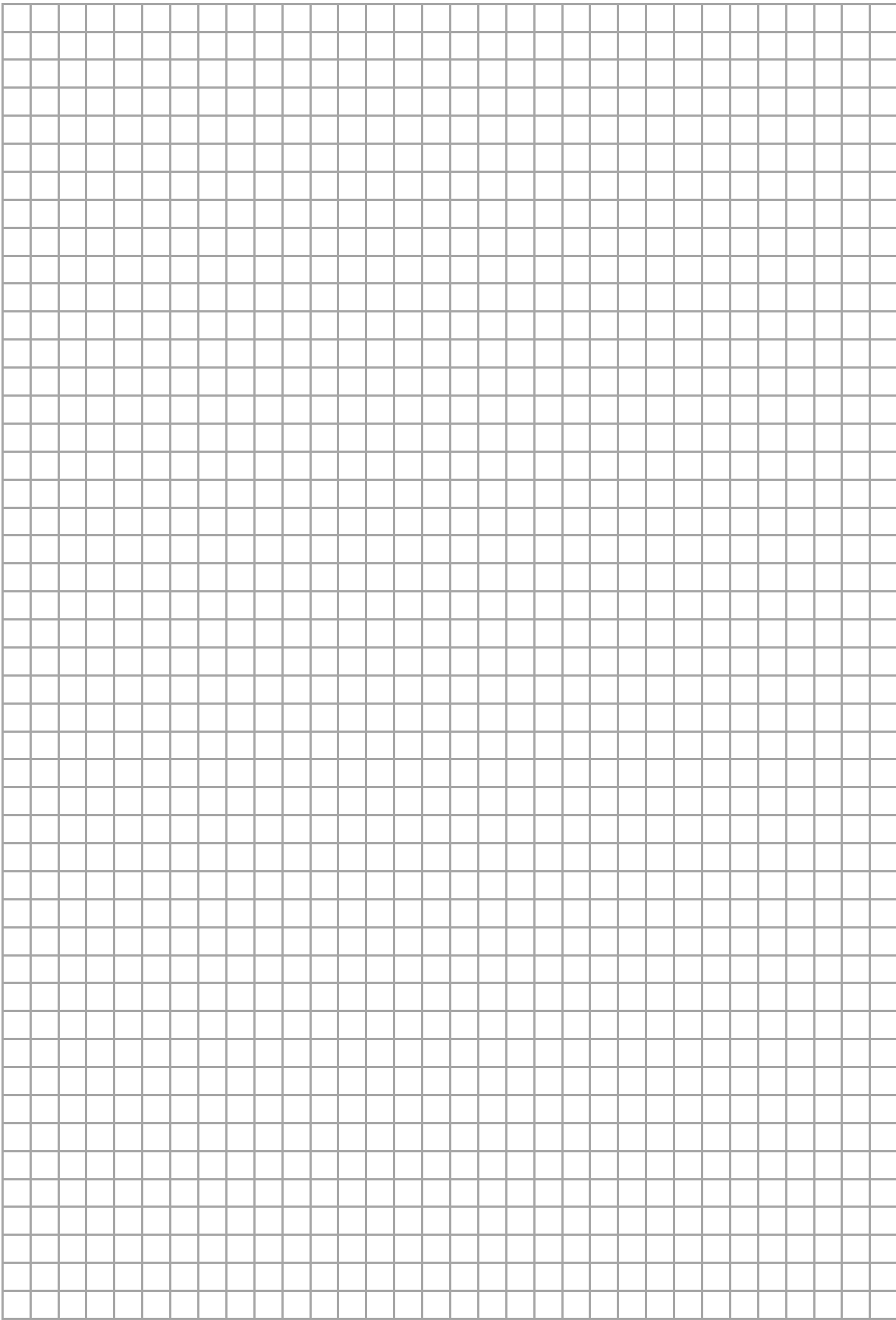


Odpowiedź: .....

**Zadanie 9. (0–4)**

Dane są prosta  $k$  o równaniu  $x - 2y = 0$  i prosta  $l$  o równaniu  $2x + y - 1 = 0$ . Punkt  $P$  leży na prostej o równaniu  $y = x + 4$ . Odległość punktu  $P$  od prostej  $k$  jest dwa razy większa niż odległość punktu  $P$  od prostej  $l$ . Oblicz współrzędne punktu  $P$ .

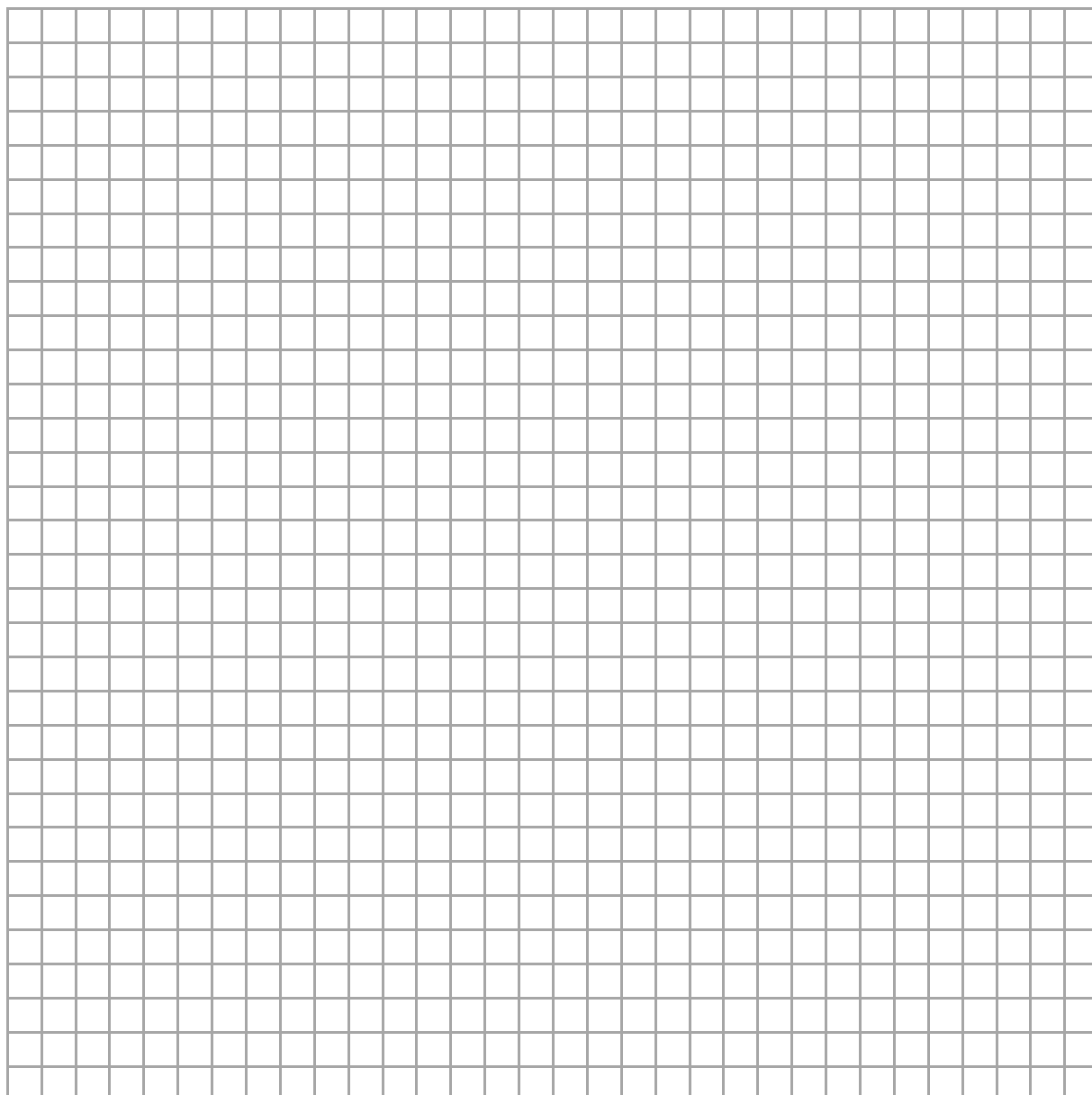
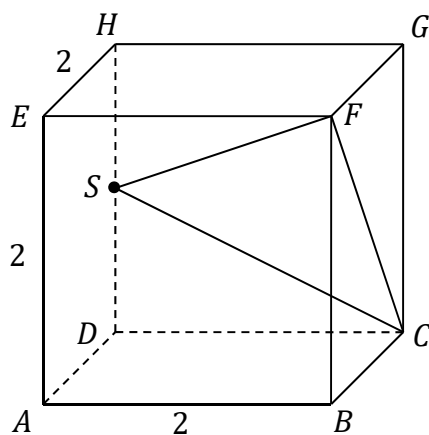


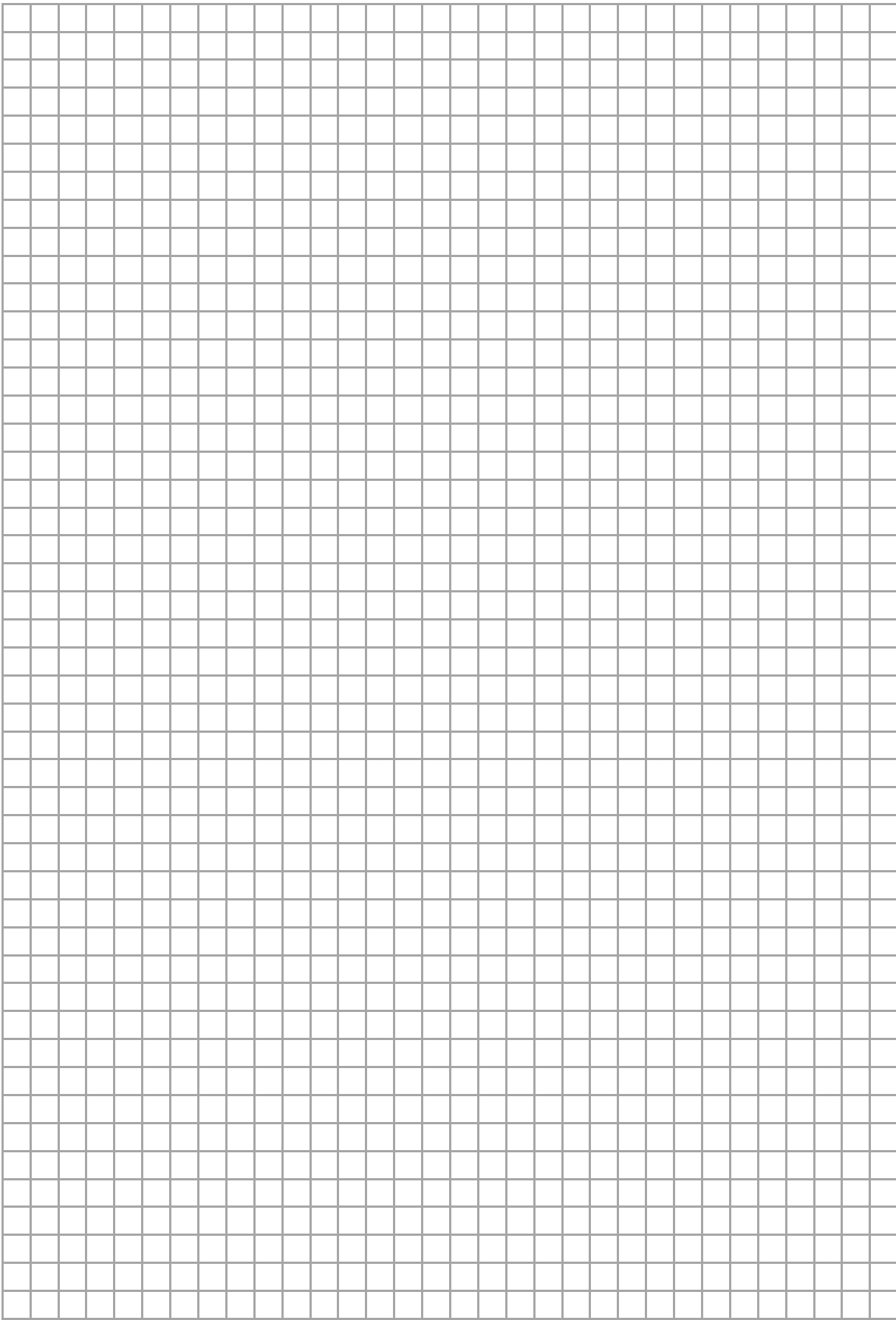


Odpowiedź: .....

**Zadanie 10. (0–4)**

Dany jest sześcian  $ABCDEFGH$  o krawędzi długości 2. Punkt  $S$  jest środkiem krawędzi  $DH$  (zobacz rysunek). Oblicz miarę najmniejszego kąta wewnętrznego trójkąta  $CFS$ .

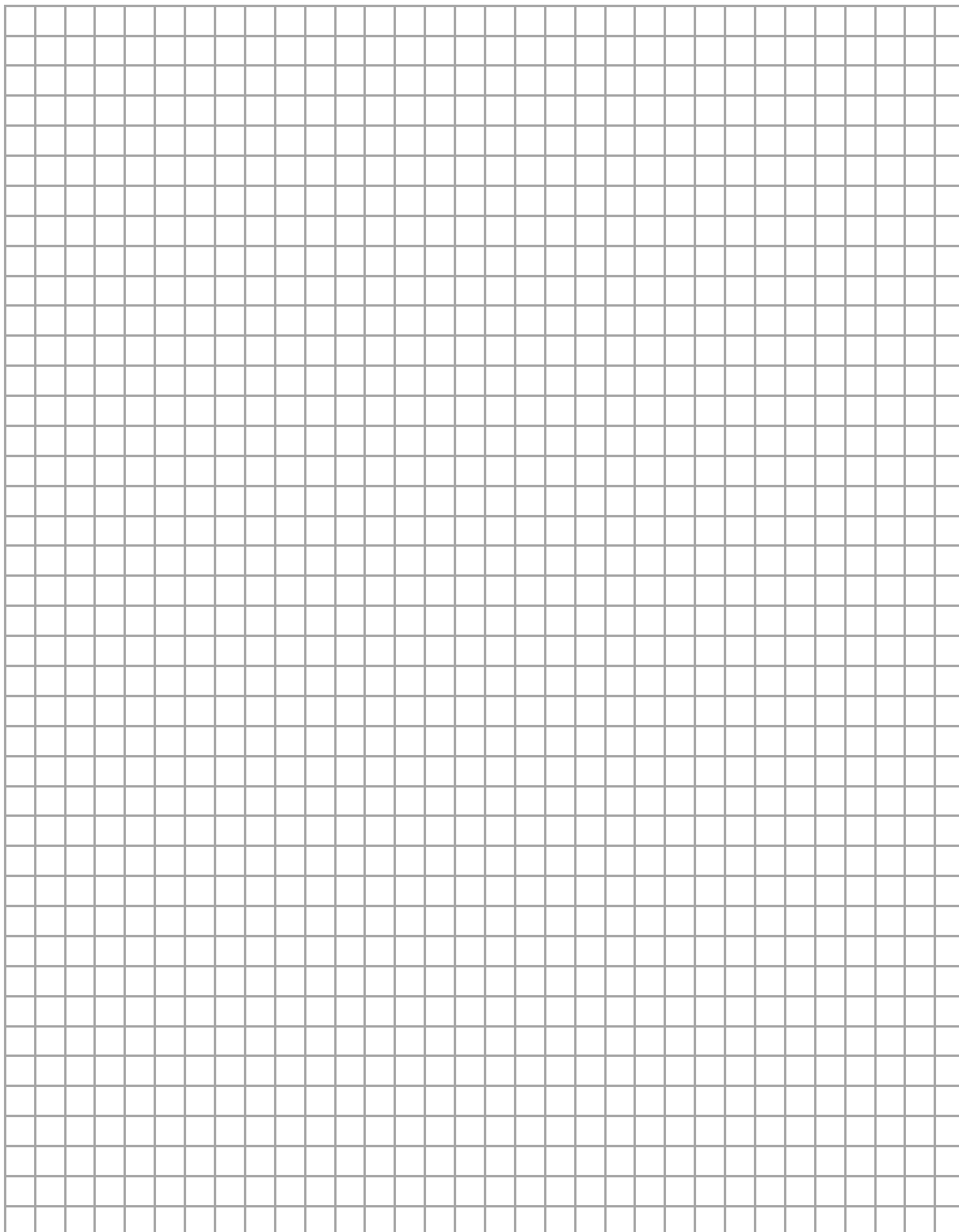


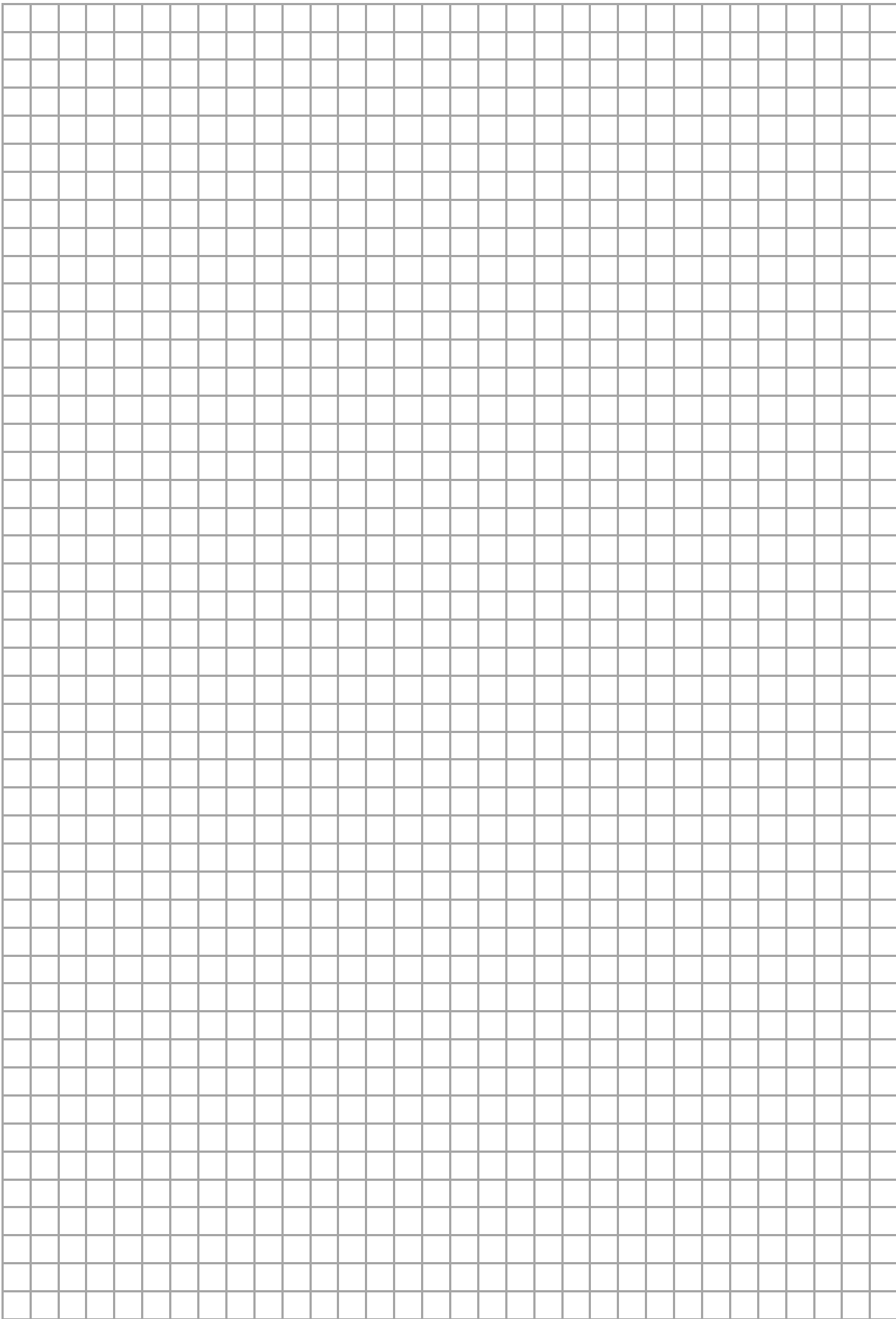


Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–4)**

W pewnym telewizyjnym programie bierze udział trzech sportowców i pewna liczba aktorów. W trakcie tego programu uczestnicy siadają na fotelach w rzędzie, naprzeciw prowadzącego (liczba foteli jest równa liczbie uczestników). Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że cała trójka sportowców będzie siedziała obok siebie przy losowym wyborze miejsc jest równe  $\frac{1}{15}$ . Oblicz, ilu aktorów bierze udział w tym programie.





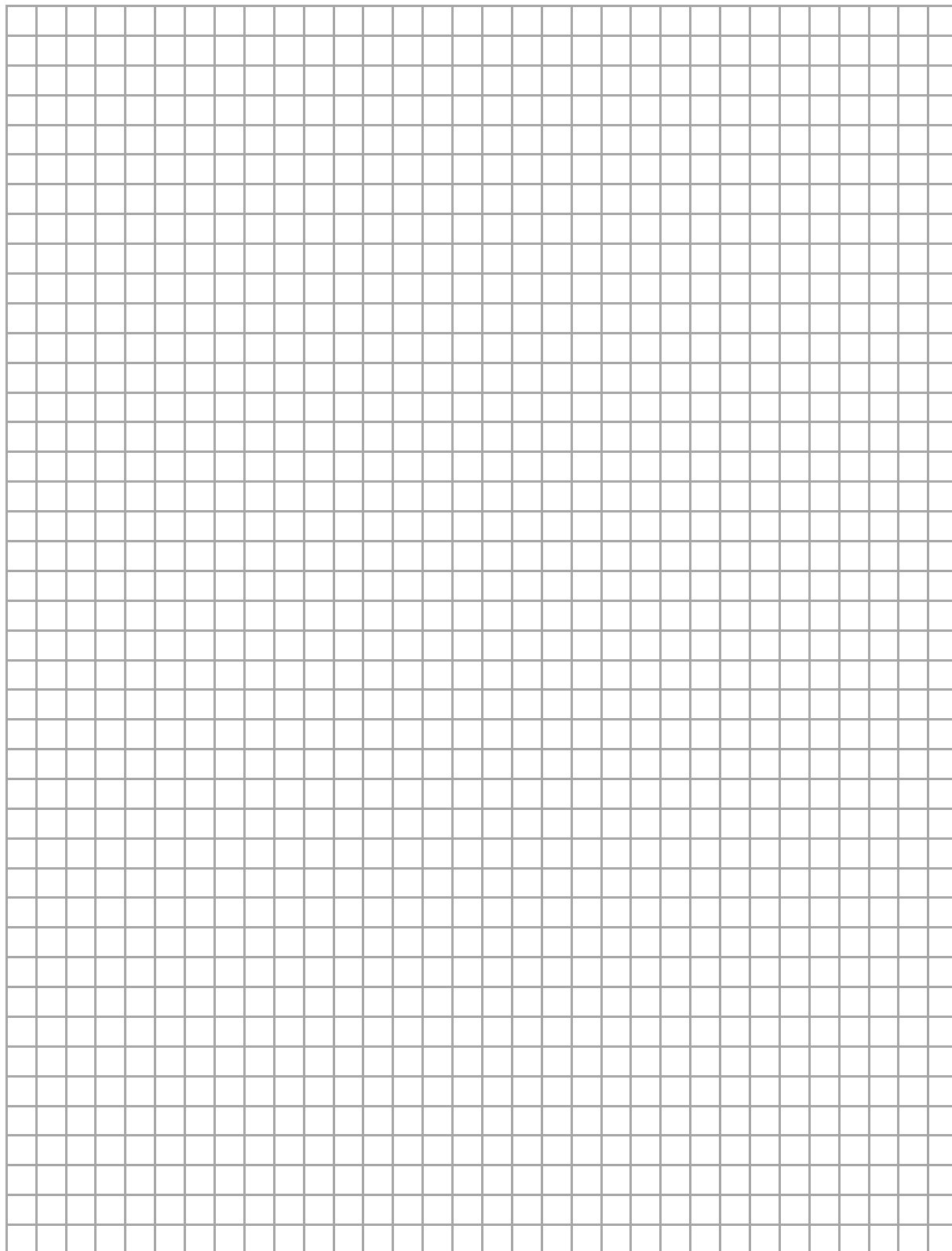
Odpowiedź: .....

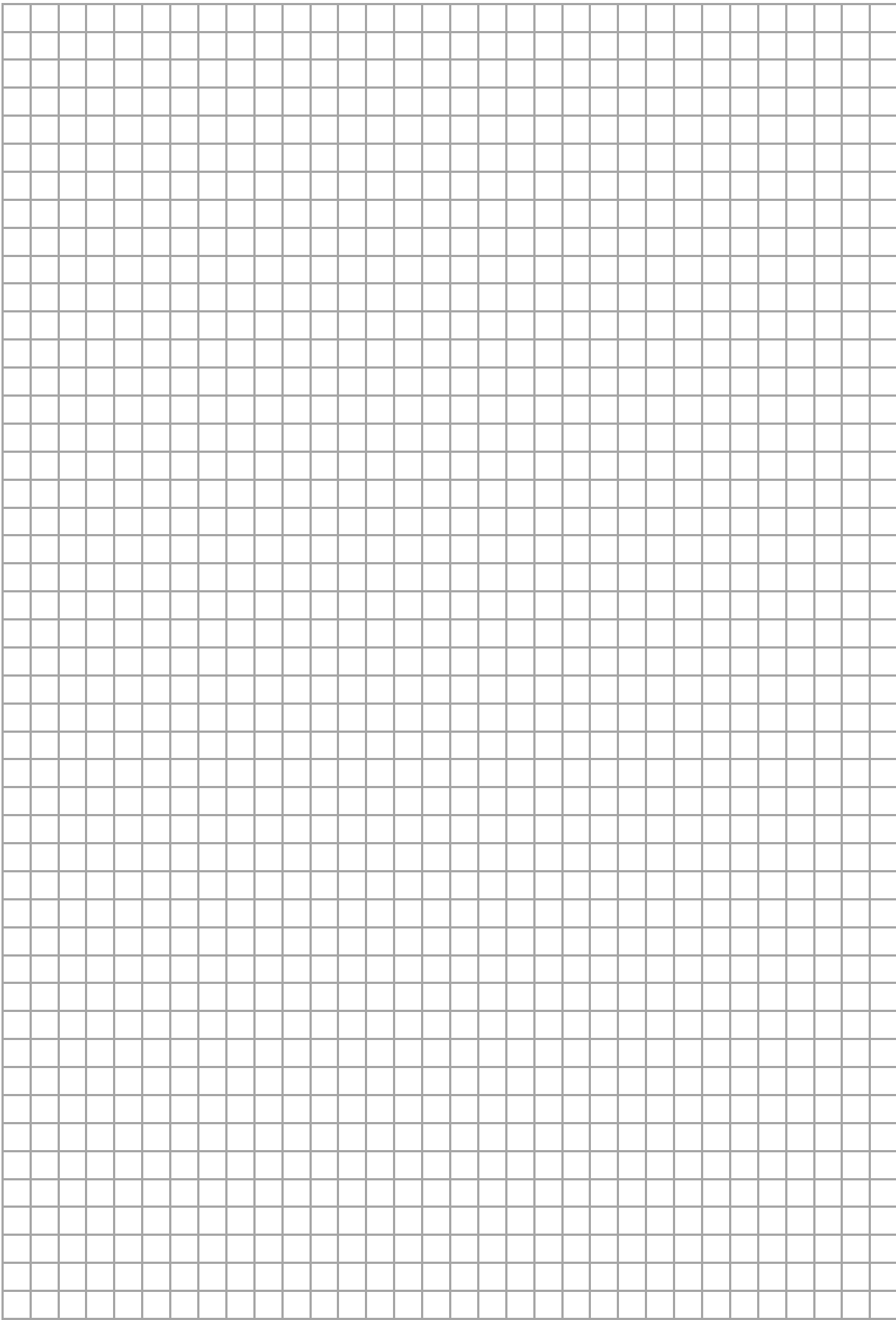
**Zadanie 12. (0–5)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$(x - 3)(x^2 + (m - 1)x - 6m^2 + 2m) = 0$$

ma dokładnie dwa rozwiązania.

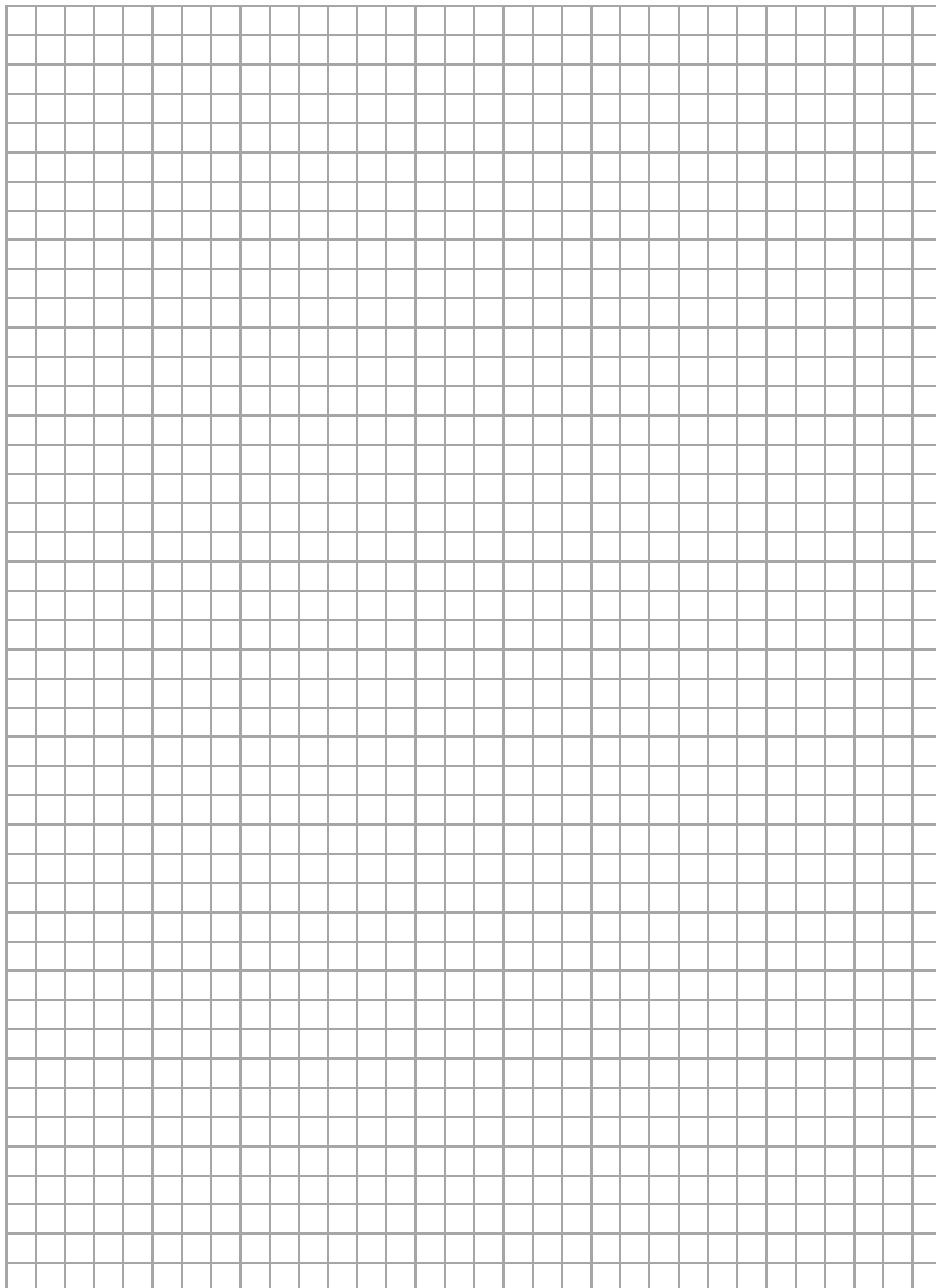


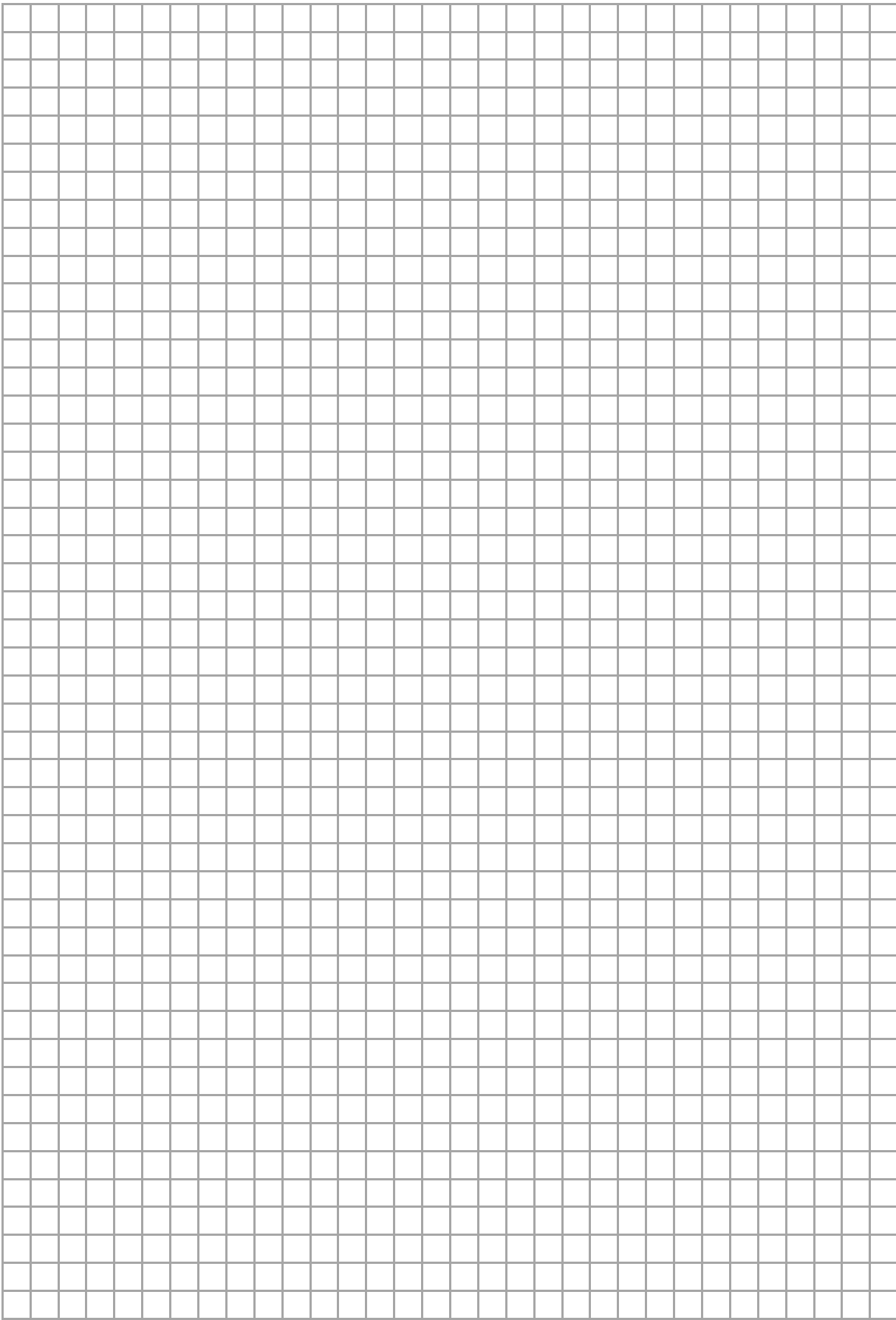


Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–5)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{x^3+k}{x}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 0$ .  
Oblicz wartość  $k$ , dla której prosta o równaniu  $y = -x$  jest styczna do wykresu funkcji  $f$ .





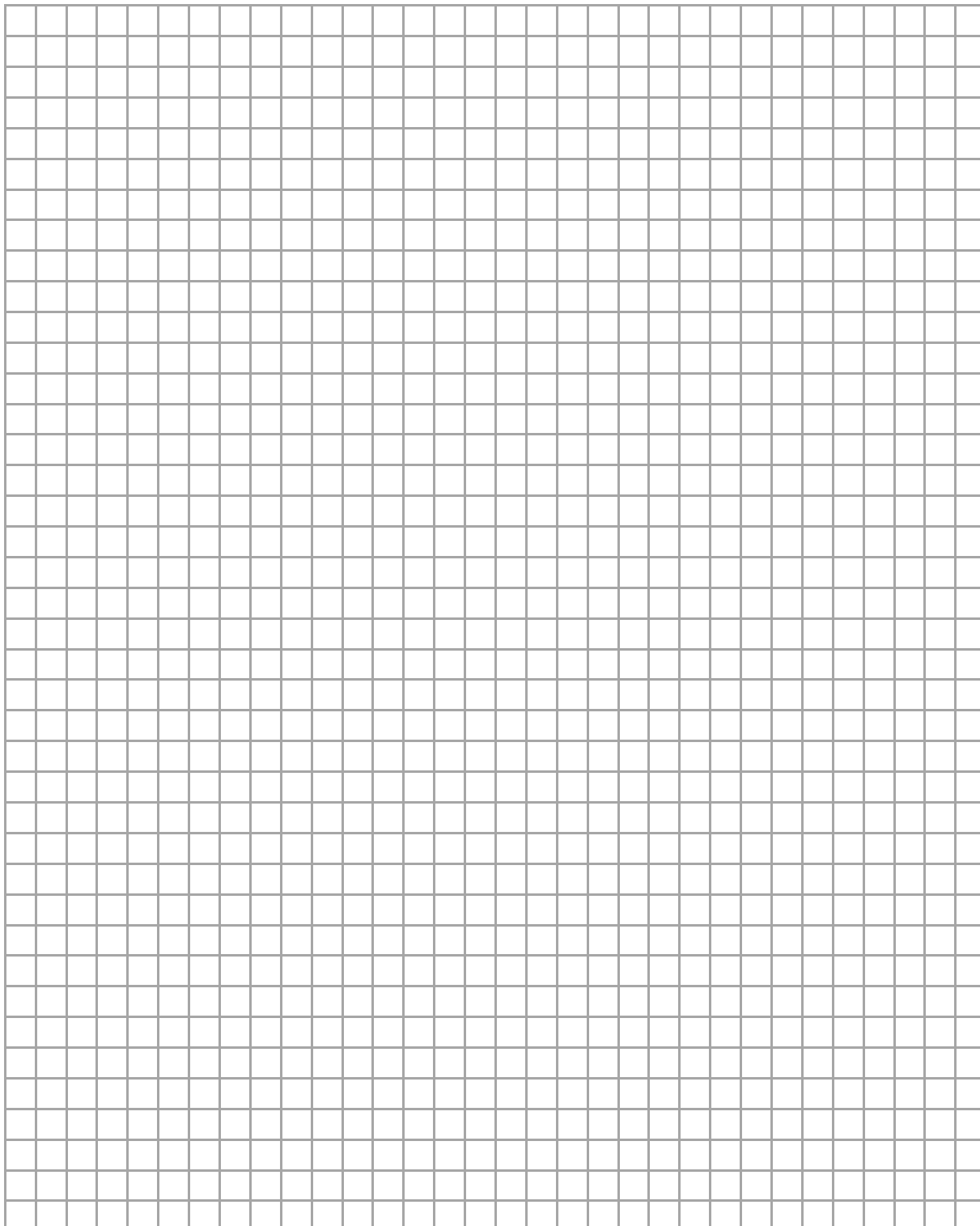
Odpowiedź: .....

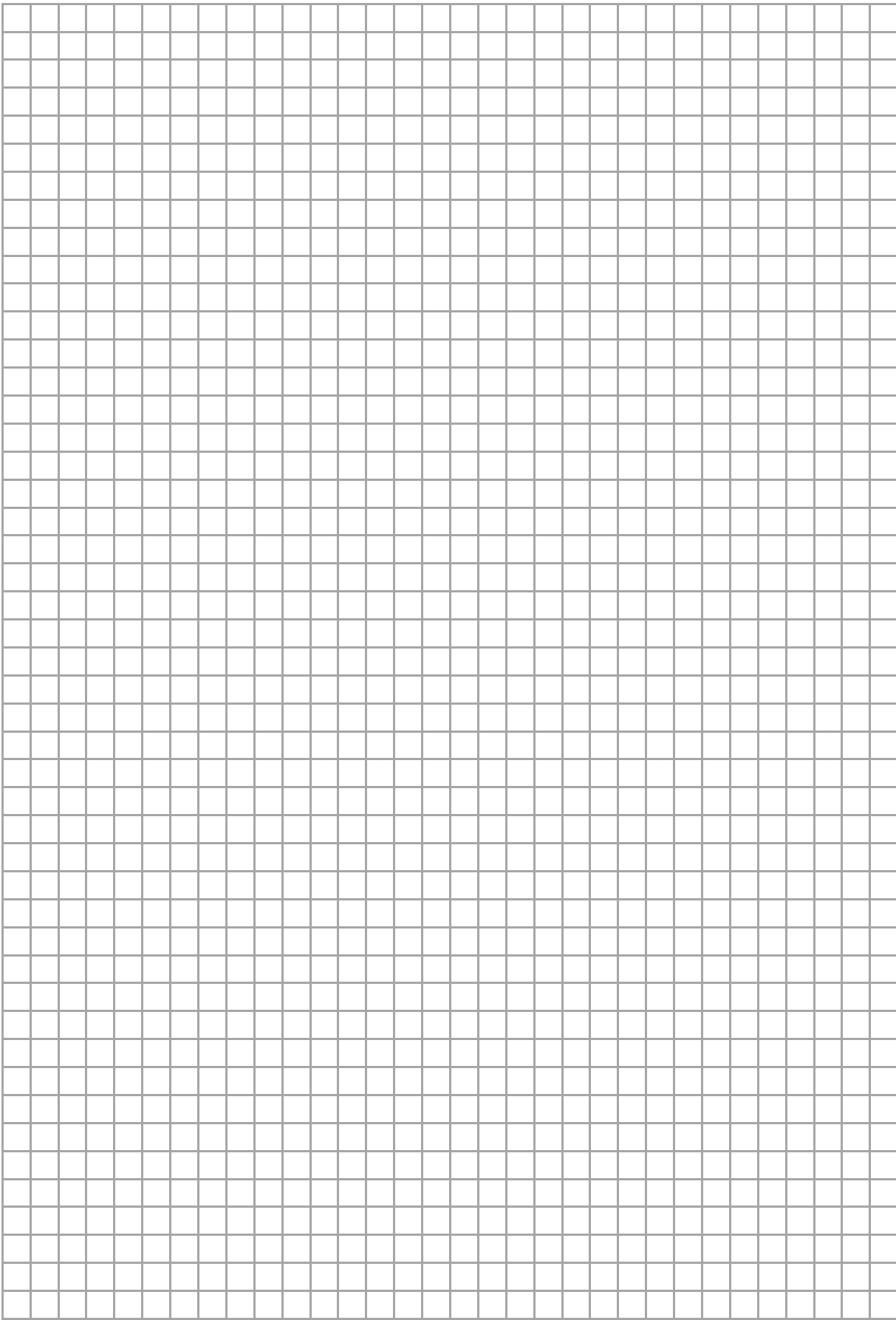
**Zadanie 14. (0–5)**

Na okręgu jest opisany czworokąt  $ABCD$ . Bok  $AD$  tego czworokąta jest dwa razy dłuższy od boku  $AB$ , a przekątna  $BD$  ma długość równą 6. Ponadto spełnione są następujące warunki:

$$\cos(\angle ADB) = \frac{7}{8}, \quad |\angle BCD| = 90^\circ \quad \text{oraz} \quad |AB| > \sqrt{15}.$$

Oblicz długość boku  $BC$  tego czworokąta.





Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–7)**

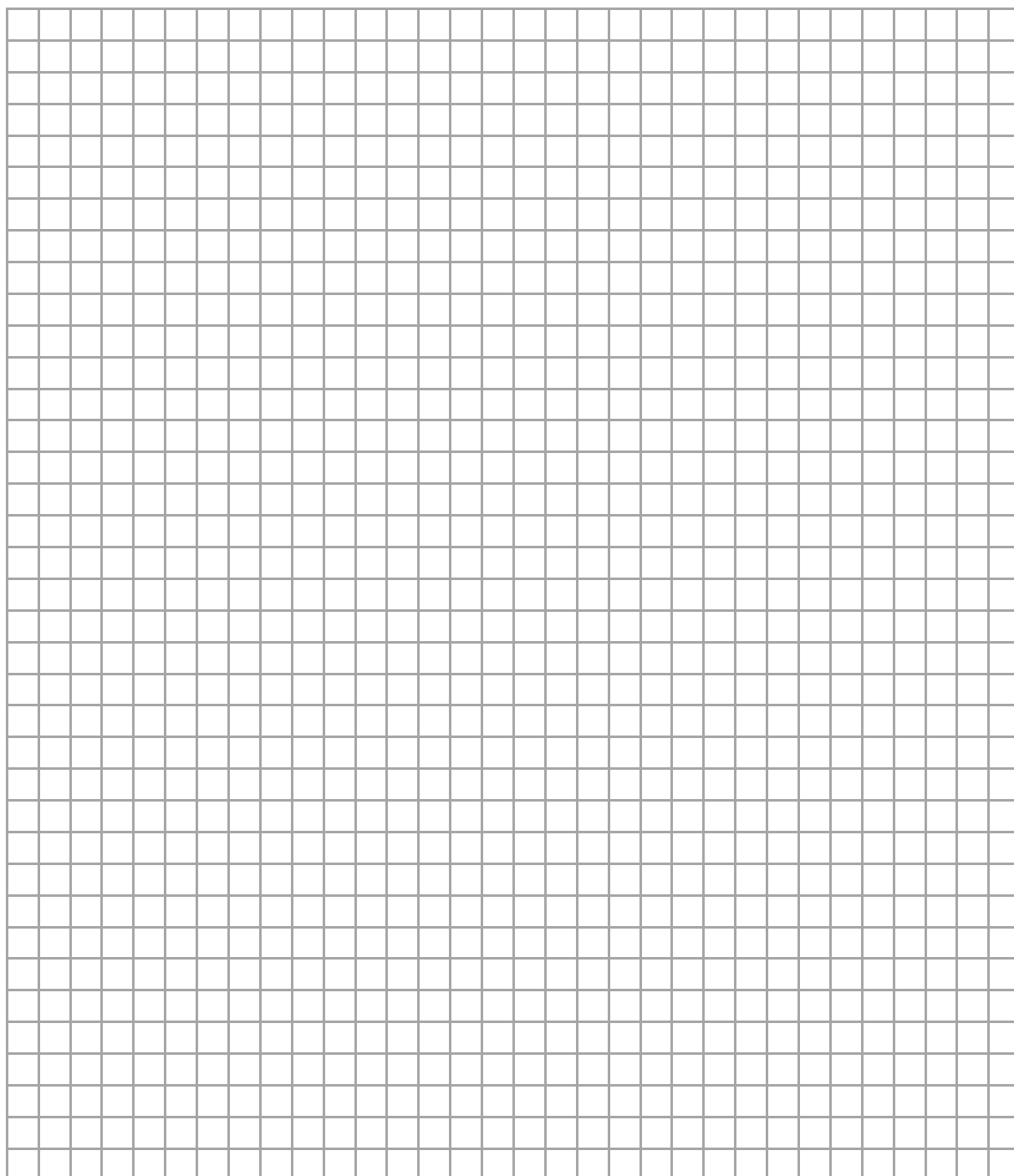
Rozpatrujemy wszystkie trójkąty prostokątne  $ABC$  o przeciwprostokątnej  $AB$  i obwodzie równym 4. Niech  $x = |AC|$ .

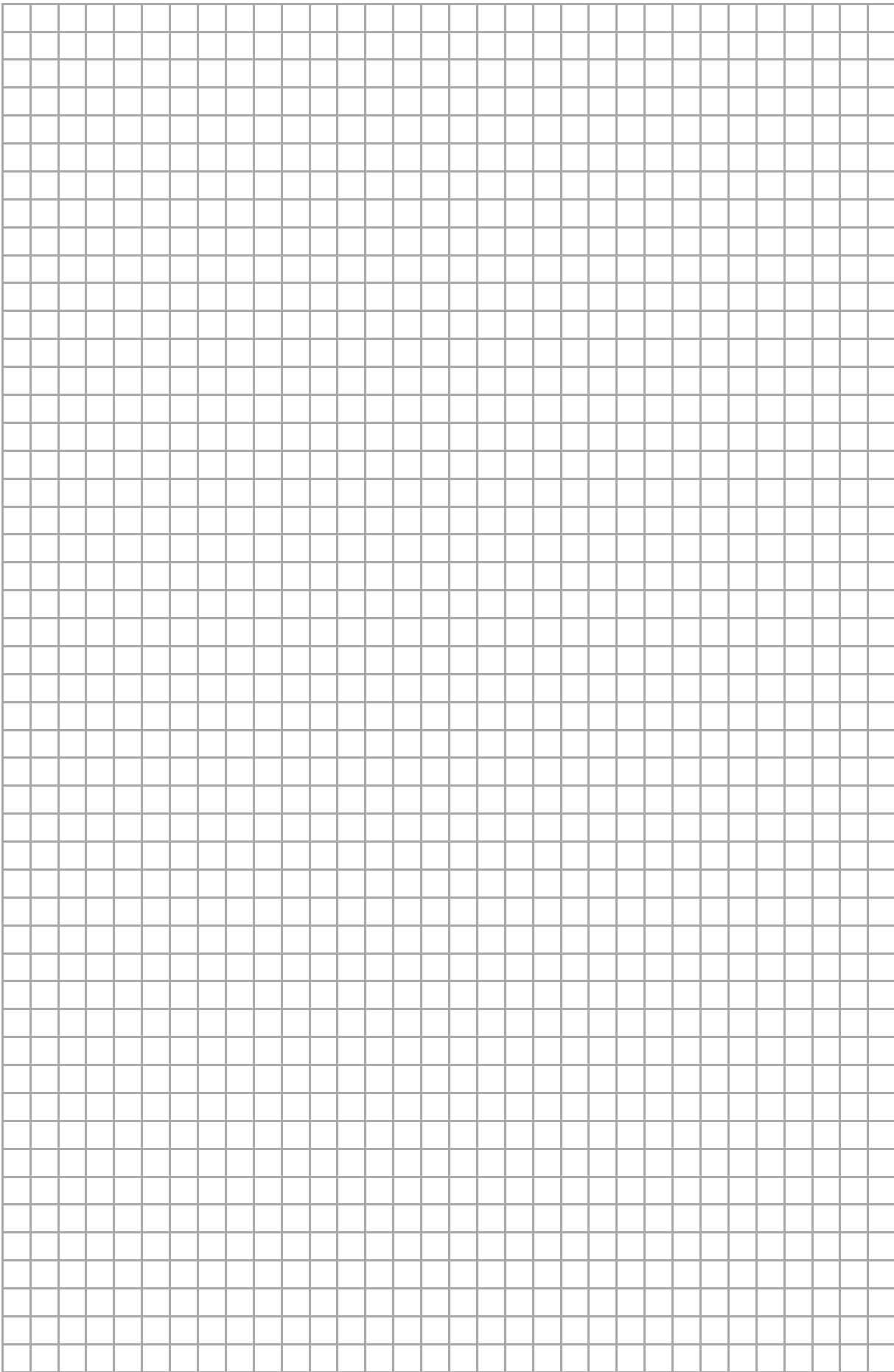
a) Wykaż, że pole  $P$  trójkąta  $ABC$  jako funkcja zmiennej  $x$  jest określone wzorem

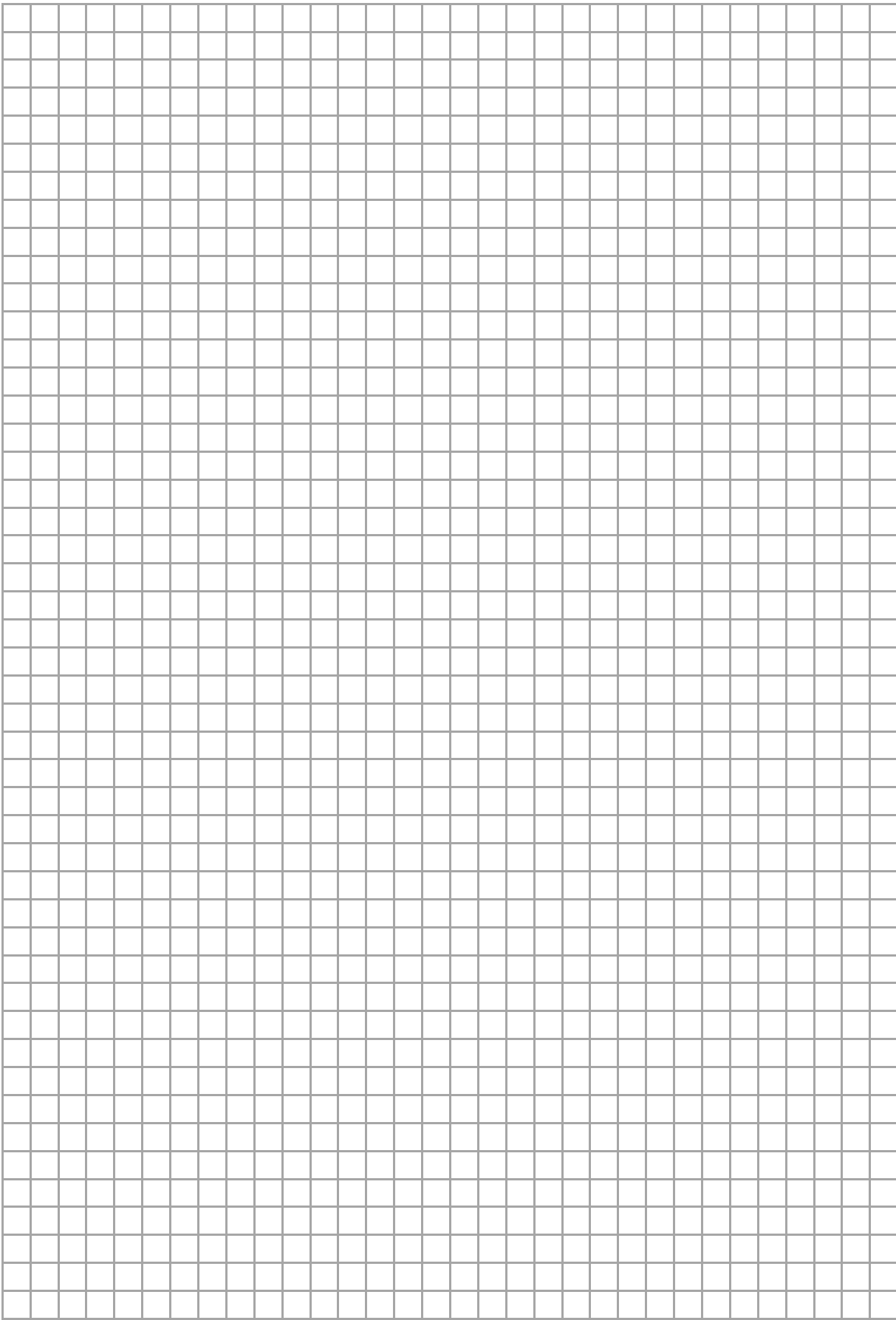
$$P(x) = \frac{x(4 - 2x)}{4 - x}$$

b) Wyznacz dziedzinę funkcji  $P$ .

c) Oblicz długości boków tego z rozpatrywanych trójkątów, który ma największe pole. Oblicz to największe pole.







Odpowiedź: .....

**Wielej materiałów na lern.one**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.





