



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#1

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Maturę próbną z Politechniką Łódzką wspierają:

ROSSMANN COMARCH

COMMERZBANK



Niech $X = \cos \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{2\pi}{5}$. Wówczas $X =$

odpowiedzi:

- ☐ 1/10
- ☐ $\frac{\sqrt{5}}{3}$,
- ☐ 1/4
- ☐ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

#2

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Dla jakich $x \in \mathbb{R}$, ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 1, q = \frac{x-2}{3x+2}$ jest zbieżny?

odpowiedzi:

- ☐ $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
- ☐ $x \in (-\infty, -2) \cup (0, \infty)$
- ☐ $x \in (-\infty, -2) \cup (1, \infty)$
- ☐ $x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#3

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Wskaż zbiór rozwiązań nierówności: $|x + 3| \geq |2x - 3|$

odpowiedzi:

- ☐ $x \in [1,7]$
- ☐ $x \in [1,6]$
- ☐ $x \in [0,6]$
- ☐ $x \in [-1,7]$

#4

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{n^2+5n+10}$ jest równa

odpowiedzi:

- ☐ 2
- ☐ 1
- ☐ 0
- ☐ ∞



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#5

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Sprowadź do możliwie najprostszej postaci wyrażenie $\frac{1}{x^2} - x^2$ dla $x = \sqrt{a^2 + 1} - a$

odpowiedzi:

- ☐ $4a + \sqrt{a^2 + 1}$
- ☐ $\sqrt{a^2 + 1}$
- ☐ 0
- ☐ $4a\sqrt{a^2 + 1}$

#6

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Ile liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach, mniejszych od 780 można utworzyć z cyfr należących do zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$? Wpisz cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Odp

podaj sumę cyfr w odpowiedzi



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#7

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Weź pod uwagę równanie kwadratowe z parametrem m: $x^2 - 3,75x + a^3$. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których jeden z pierwiastków równania był kwadratem drugiego. Jeśli to konieczne - wyniki podaj w postaci ułamków dziesiętnych.

a: Ile jest takich wartości parametru a?

Odp:

b: Podaj największą wartość parametru a, spełniającą warunki zadania

Odp:

c: Podaj najmniejszą wartość parametru a, spełniającą warunki zadania

Odp:

#8

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 4 \end{cases}$$

a: Ile rozwiązań posiada ten układ? (w przypadku nieskończenie wielu wstaw 2)

Odp:

b: W przypadku gdy układ posiada jedno rozwiązanie podaj wartość x, w przeciwnym przypadku wpisz 0

Odp:

c: W przypadku gdy układ posiada jedno rozwiązanie podaj wartość y, w przeciwnym przypadku wpisz 0

Odp:



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#9

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Rozwiąż równanie: $\sin 2x + \sin^3 2x + \sin^5 2x + \dots = 0, (6)$

Jeśli to konieczne - wyniki podaj w postaci ułamków dziesiętnych.

a: Ile jest rozwiązań tego równania w przedziale $(0, 2\pi)$

Odp:

b: Ile jest rozwiązań tego równania w przedziale $(\frac{\pi}{2}, \pi)$

Odp:

c: Podaj najmniejsze dodatnie rozwiązanie tego równania. (Przyjmij $\pi = 3$)

Odp:

#10

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Ze zbioru wszystkich prostopadłościanów o przekątnej długości 12cm i o podstawie prostokąta, których długości boków są w stosunku 1:2, wyznacz ten, który ma największą objętość. Jeśli to konieczne - wyniki podaj w postaci ułamków dziesiętnych.

a. Podaj długość krótszego boku podstawy, wynik zaokrąglij do dwóch cyfr po przecinku

Odp:

b. Podaj długość dłuższego boku podstawy, wynik zaokrąglij do dwóch cyfr po przecinku

Odp:

c. Podaj długość wysokości prostopadłościanu, wynik zaokrąglij do dwóch cyfr po przecinku

Odp:

d. Oblicz maksymalną objętość, wynik zaokrąglij do dwóch cyfr po przecinku

Odp:



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#11

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3^{1-n}, n \geq 1$. Jeśli to konieczne - wyniki podaj w postaci ułamka licznik/mianownik.

a. Oblicz iloraz tego ciągu

Odp:

b. Oblicz: $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_{100}$

Odp:

c. Iloraz odpowiedzi z pkt b i a wynosi

Odp:

#12

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

W dwóch urnach jest po 10 kul białych. Jak ułożyć 20 kul czarnych w tych urnach, aby prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej przy losowaniu jednej kuli z losowo wybranej urny było największe? Jeśli to konieczne - wyniki podaj w postaci ułamków dziesiętnych.

a) Ile kul czarnych należy włożyć do urny I?

Odp:

b. Ile kul czarnych należy włożyć do urny II?

Odp:

c) Ile wynosi to maksymalne prawdopodobieństwo?

Odp:

d) Ile wynosi dopełnienie maksymalnego prawdopodobieństwa?

Odp:



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#13

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

W trójkącie ABC środkowe AD i BE są do siebie prostopadłe.

a) $|BC| = 15$, $|AC| = 20$. Oblicz $|AB|^2$

Odp:

b) $|BC| = 10$, $|AC| = 15$. Oblicz $|AB|^2$

Odp:

#14

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Wierzchołki trójkąta równobocznego ABC należą do paraboli $y = -x^2 + 6x$. Punkt C jest jej wierzchołkiem, a bok AB jest równoległy do osi OX. Jeśli to konieczne - wyniki podaj w postaci ułamków dziesiętnych.

a) Podaj sumę współrzędnych wierzchołka C

Odp: $x + y =$

b) Podaj rzędną wierzchołka A

Odp:

c) Oblicz odciętą wierzchołka B (wynik zaokrąglij do dwóch cyfr po przecinku)

Odp:



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#15

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Weź pod uwagę wielomian $W(x) = 2x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 10x + m$

a) Dla ilu wartości parametru m , wielomian $W(x)$ posiada pierwiastek potrójny?

Odp:

podaj liczbę odwrotną do odp z pkt a

b) Podaj największą wartość parametru m , dla którego wielomian $W(x)$ posiada pierwiastek potrójny.

Odp:

c) Podaj pierwiastek potrójny wielomianu $W(x)$, obliczony dla wartości parametru m z podpunktu b.

Odp:

d) Podaj pierwiastek pojedynczy wielomianu $W(x)$, obliczony dla wartości parametru m z podpunktu b.

Odp:

#16

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

Weź pod uwagę funkcję $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$. Znajdź zbiór wartości tej funkcji. Wynik przedstaw w postaci przedziału $[a,b]$. Jeśli to konieczne - wyniki podaj w postaci ułamków dziesiętnych.

a) Odp: $a =$

b) Odp: $b =$

c) iloczyn liczb a i b wynosi

d) suma liczb a i b wynosi



MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI -ROZSZERZENIE

Matura III pr 2019/2020

#17

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

W jakiej odległości od środka należy przeciąć kulę o promieniu $R = 3\sqrt{2}$, aby stosunek pola przekroju do pola koła wielkiego kuli był równy $1/9$?

Odp:

czy odpowiedź jest liczbą pierwszą (1 tak, 0 nie)

#18

MATURY PRÓBNE 2020, matematyka rozszerzenie 3

W grupie 12 osób jest 6 dziewcząt i 6 chłopców. Na ile sposobów możemy ustawić je w ciągu jeżeli

a) Osoby stoją w dowolny sposób.

Odp:

b) Na pierwszym miejscu stoi Ania – jedna z osób tej grupy

Odp:

c) Na początkowych miejscach stoją chłopcy.

Odp:

d) Chłopcy stoją na miejscach parzystych

Odp:

e) Żaden chłopak nie stoi obok innego chłopaka

Odp:

f) Ania stoi obok Beaty a Czarek nie stoi obok żadnej z nich. (W tej grupie jest tylko jedna Ania, jedna Beata i jeden Czarek)

Odp:

suma cyfr w ostatniej odpowiedzi wynosi