

KOD ZDAJĄCEGO

symbol klasy	symbol zdającego

**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z NOWĄ ERĄ
MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY**

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **20** stron (zadania **1–16**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

STYCZEŃ 2019

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1.–4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $4^{\log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} \right)}$ jest równa

- A. $\sqrt{2} + 1$. B. $2 + 2\sqrt{2}$. C. $3 - 2\sqrt{2}$. D. $3 + 2\sqrt{2}$.

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{|x - |x||}{x}$ jest dla każdego $x \neq 0$

- A. dodatnia. B. nieujemna. C. ujemna. D. niedodatnia.

Zadanie 3. (0–1)

Ciąg liczb rzeczywistych $a_1, a_2, \dots$ jest zdefiniowany warunkami $a_1 = 1$ oraz $(a_{n+1})^3 = 99(a_n)^3$ dla $n \geq 1$. Wówczas wyraz a_{100} jest równy

- A. 33^{33} . B. 33^{99} . C. 99^{33} . D. 99^{99} .

Zadanie 4. (0–1)

Wskaż zbiór wszystkich rozwiązań równania $|\cos(\alpha) + \cos(3\alpha) + \cos(5\alpha)| = 3$.

- A. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 60^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
B. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 90^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
C. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 180^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
D. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 360^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz granicę ciągu o wyrazie $a_n = 2(\sqrt{n + 100\sqrt{n} + 5} - \sqrt{n - \sqrt{n} + 200})$.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfry wyniku.

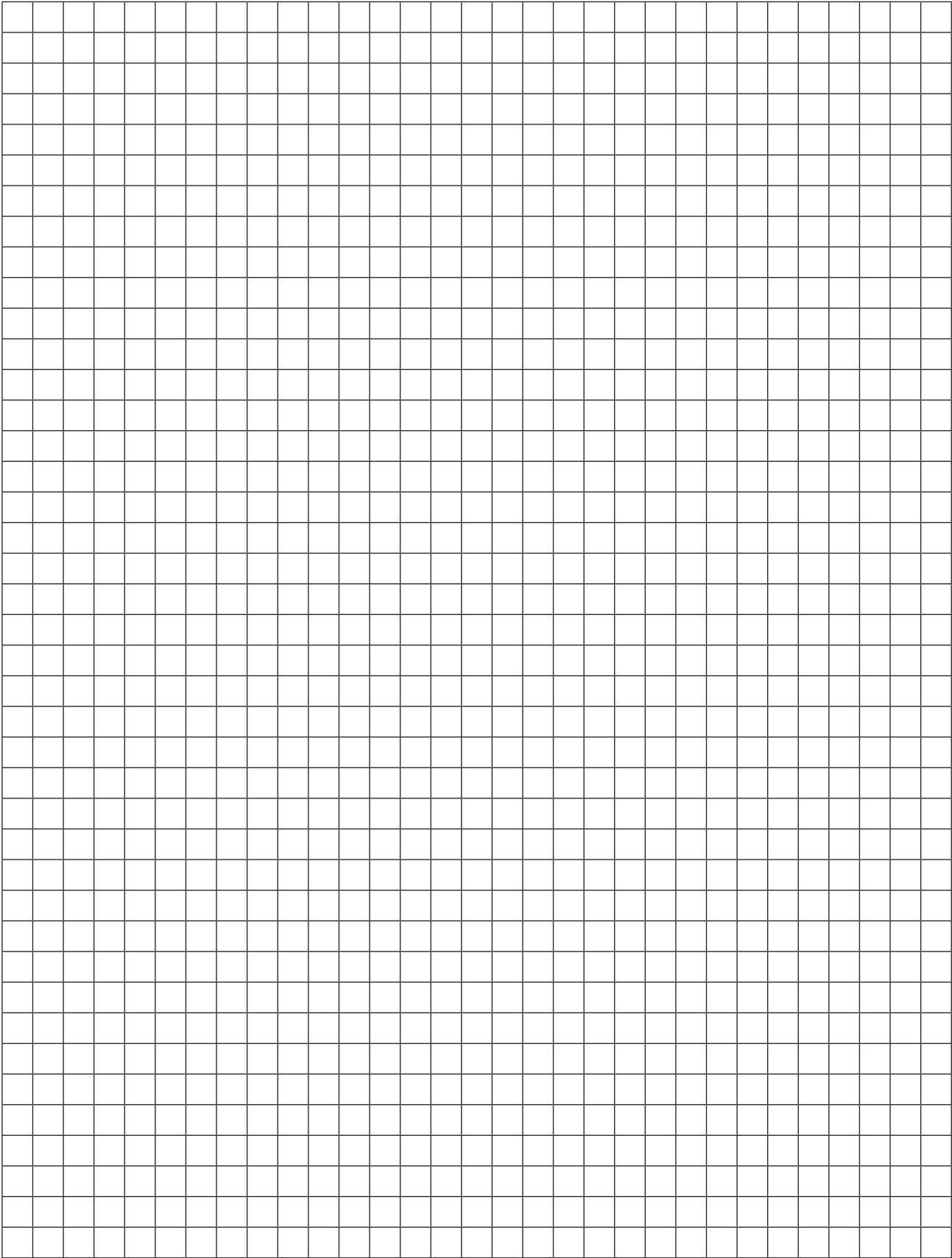
--	--	--

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

3 z 20

Zadanie 6. (0–2)

Wyznacz parę liczb $p, q \in R$ tak, by wielomian $x^4 + px^2 + q$ był podzielny przez trójmian $x^2 + 6x + 5$.



Odpowiedź:

Zadanie 7. (0–2)

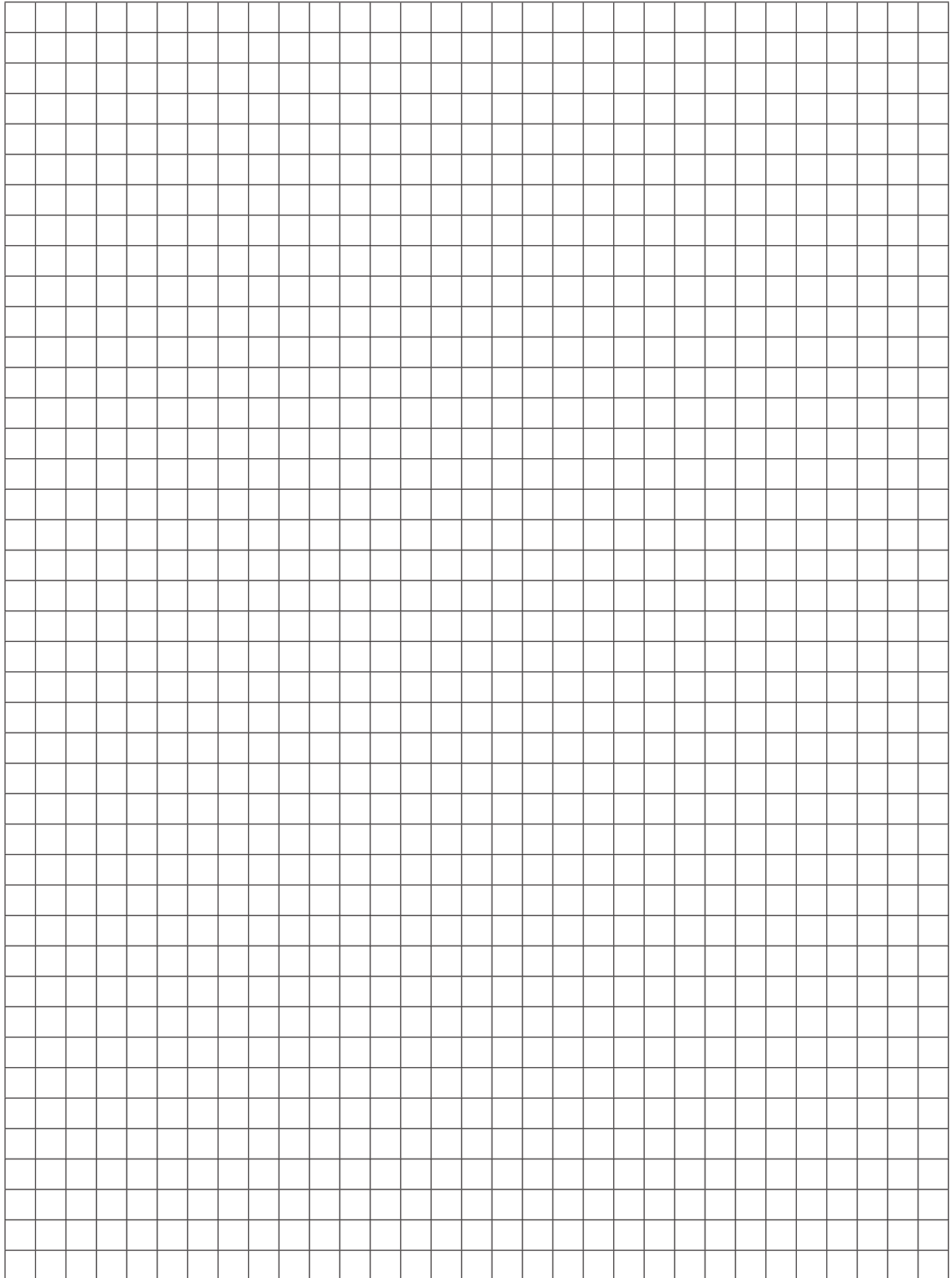
Wyznacz liczbę takich permutacji zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 31\}$ kolejnych liczb całkowitych z przedziału $\langle 1, 31 \rangle$, w których iloczyn każdych dwóch sąsiednich liczb jest liczbą parzystą. Wynik przedstaw w postaci iloczynu $m! \cdot n!$, gdzie m, n są pewnymi liczbami całkowitymi.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	6	7
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–3)

Długości boków czworokąta wypukłego $ABCD$ wynoszą: $|AB| = a$, $|BC| = 2a$, $|CD| = b$, $|AD| = 2b$.
Wykaż, że jeśli pole czworokąta $ABCD$ jest równe $a^2 + b^2$, to jest on prostokątem.



Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym kąty ABC i BCD są proste, $|\sphericalangle DAB| = 60^\circ$, $|AB| = 2$ oraz $|BD| = \sqrt{3}$.
Wyznacz długość odcinka AC .

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	8	9
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

W pudełku znajduje się sto kul ponumerowanych liczbami od 1 do 100. Wylosowanie każdej z kul jest tak samo prawdopodobne. Wylosowano jednocześnie pięć kul. Wyznacz prawdopodobieństwo, że numery wylosowanych kul ustawione w odpowiedniej kolejności tworzą ściśle rosnący ciąg geometryczny o całkowitym ilorazie.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

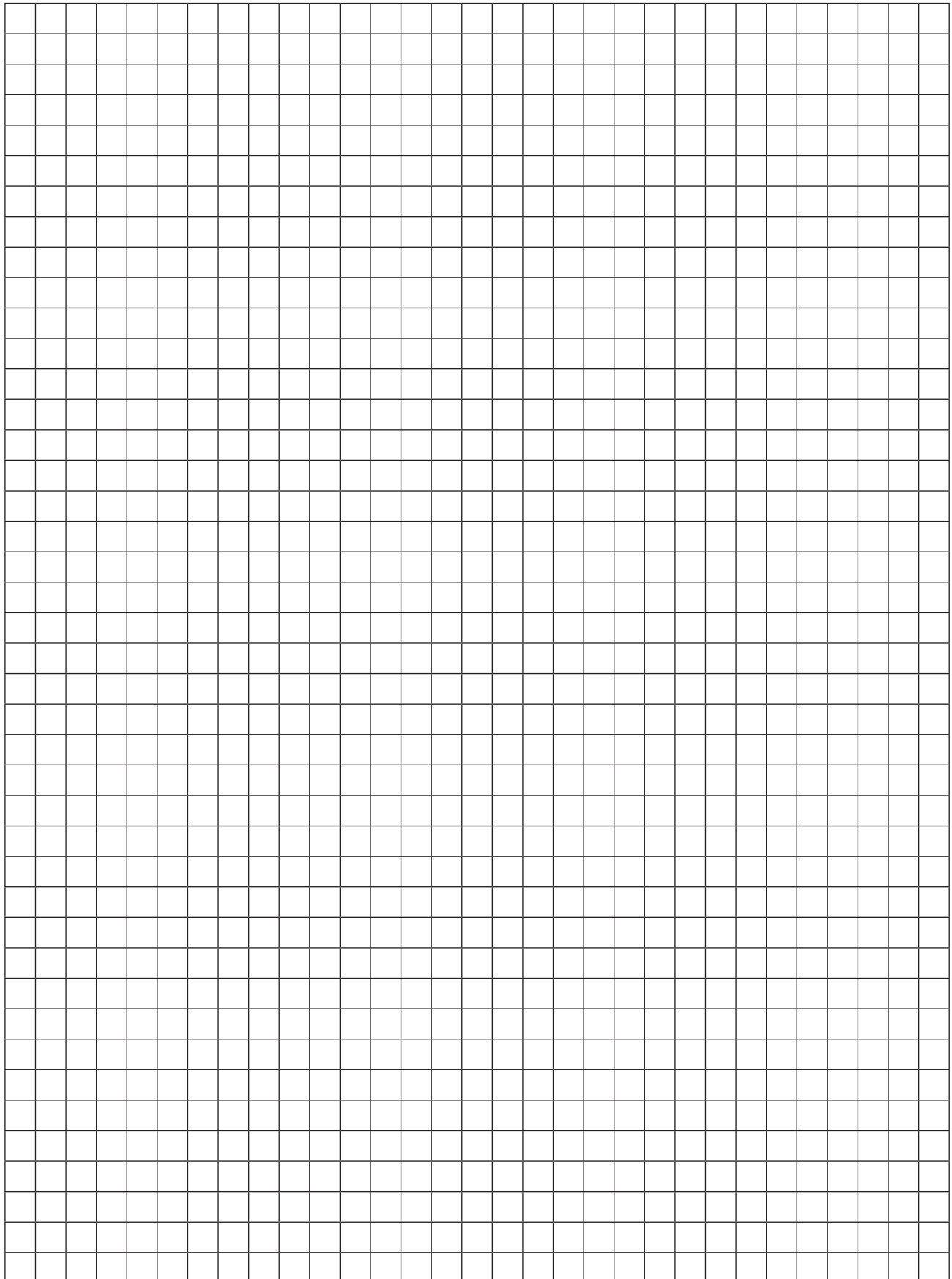
8 z 20

Zadanie 11. (0–4)
Wykaż, że jeśli α, β, γ są kątami trójkąta i zachodzi równość $\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$, to $\alpha = \beta$ lub $\gamma = 90^\circ$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.9 z 20

Zadanie 12. (0–4)

Jednokładność f o środku w punkcie X przekształca punkt $A = (3, 2)$ na punkt $A' = (4, 6)$ oraz przeprowadza punkt $B = (-3, 3)$ na punkt $B' = (-8, 8)$. Znajdź równanie okręgu, którego obrazem przy jednokładności f jest okrąg o równaniu $(x - 8)^2 + (y - 2)^2 = 4$.



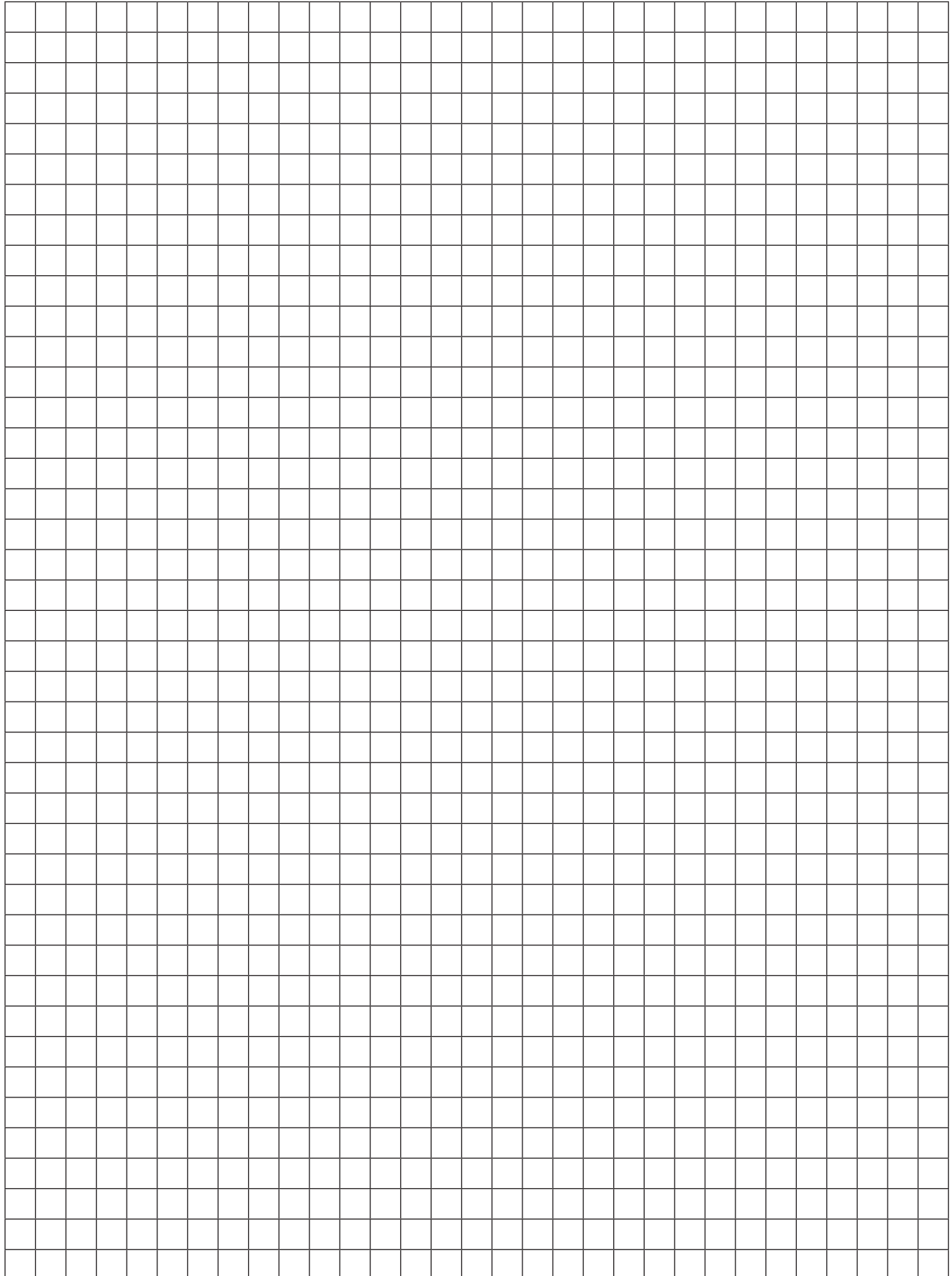
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $(1 - m)9^x + 4 \cdot 3^x = m + 2$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.



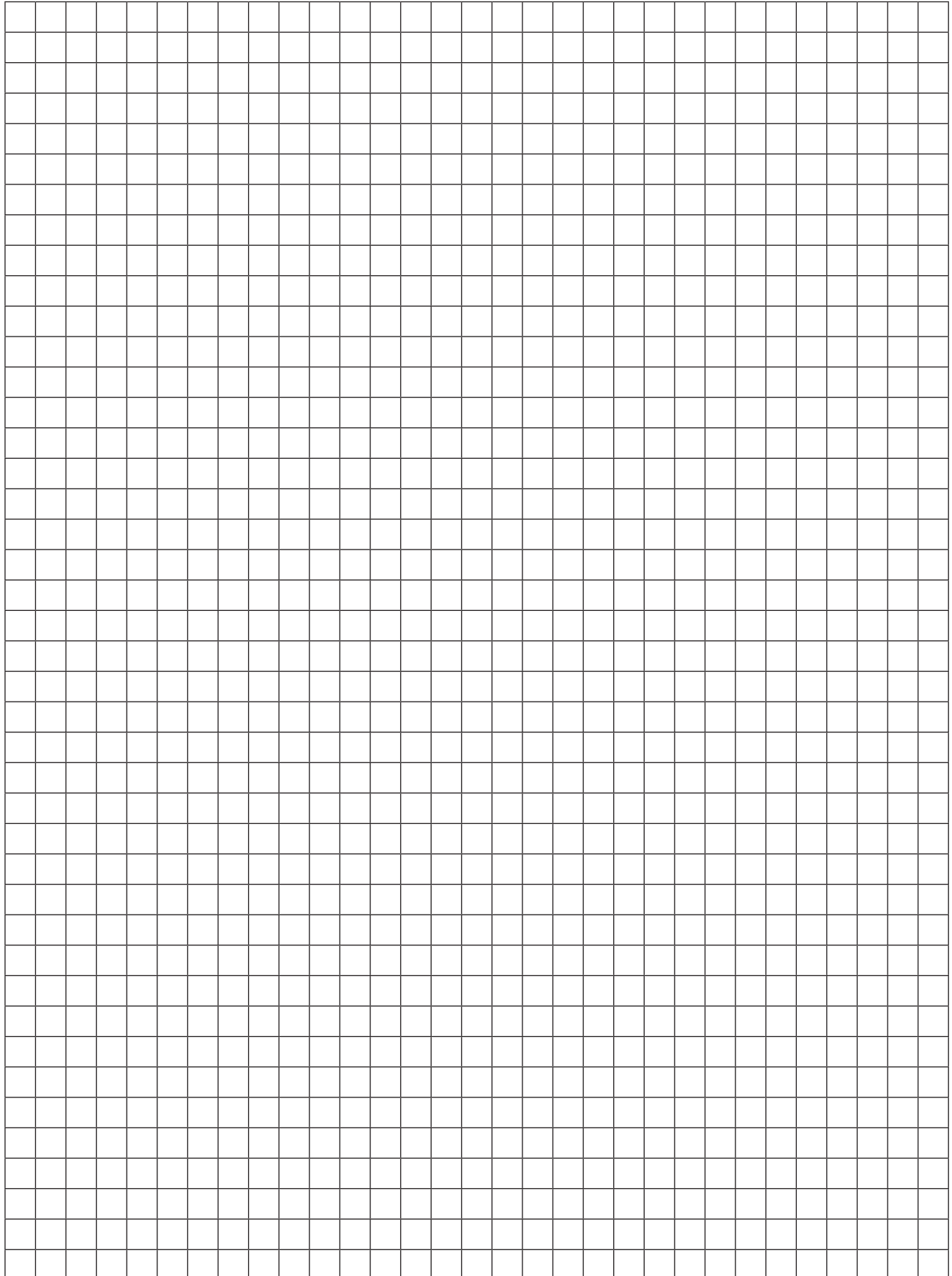
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Dany jest trójkąt ABC o polu równym 5, gdzie $A = (5, 3)$ oraz $B = (1, 0)$. Prosta zawierająca wysokość trójkąta ABC ma równanie $y = 2x - 7$. Wyznacz współrzędne punktu C .



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Odpowiedź:

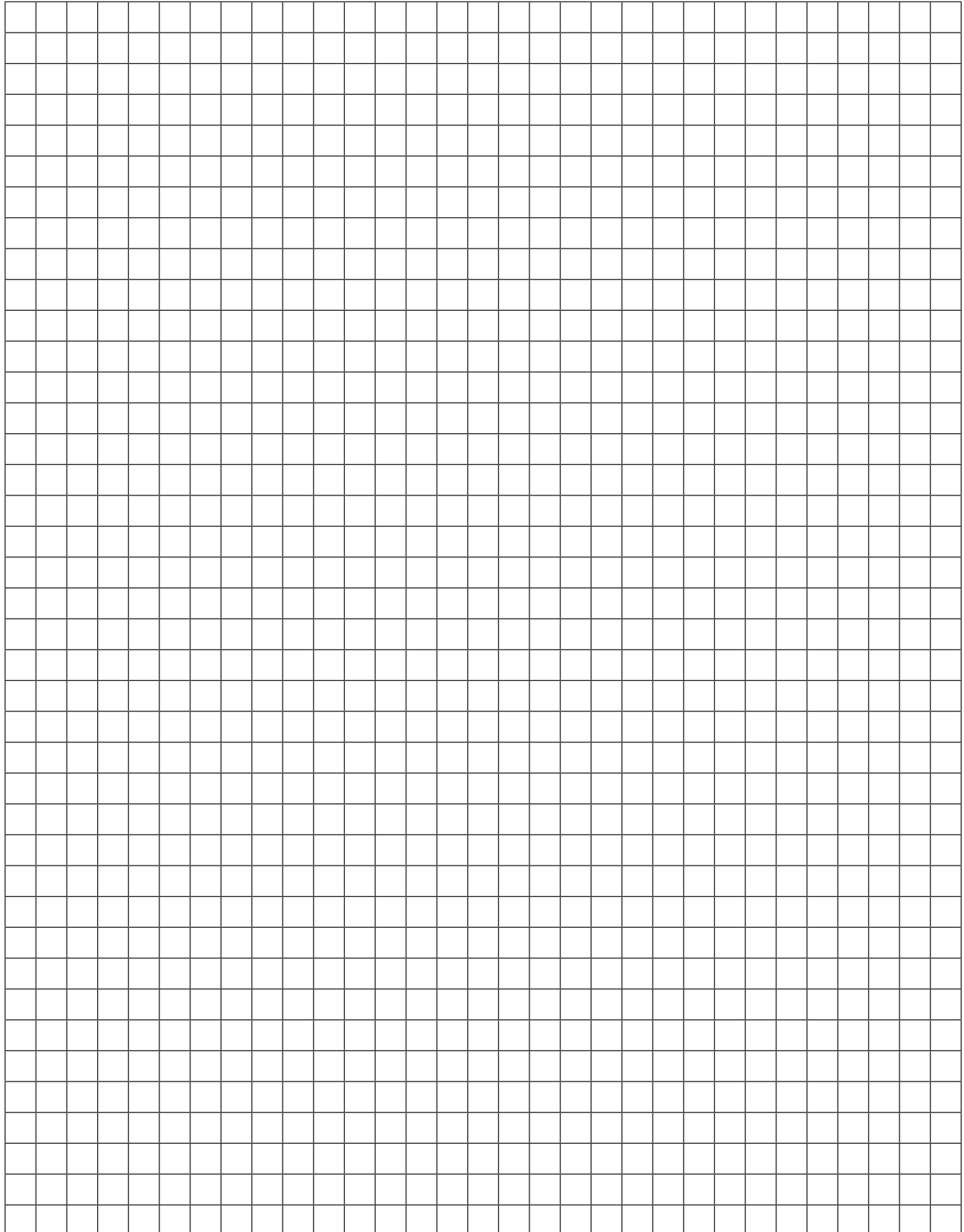
Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Para liczb (m_0, n_0) jest rozwiązaniem układu równań
$$\begin{cases} m + n = 2 \\ m - n = \frac{-2}{p+1} \end{cases}, \text{ gdzie } p \neq -1.$$

a) Wyznacz wzór funkcji $f(p) = \frac{m_0}{n_0}$, podaj jej dziedzinę i zbiór wartości.

b) Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $P(-3, f(-3))$.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

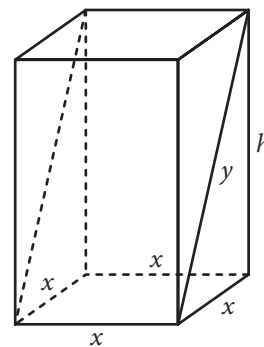
Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Niech x będzie liczbą dodatnią. Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany spełniające następujące warunki:

- (1) podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku długości x ,
- (2) pole (prostokątnego) przekroju prostopadłościanu płaszczyzną zawierającą krawędź podstawy i przekątne dwu ścian bocznych jest równe $\sqrt{3}$ (patrz rysunek).

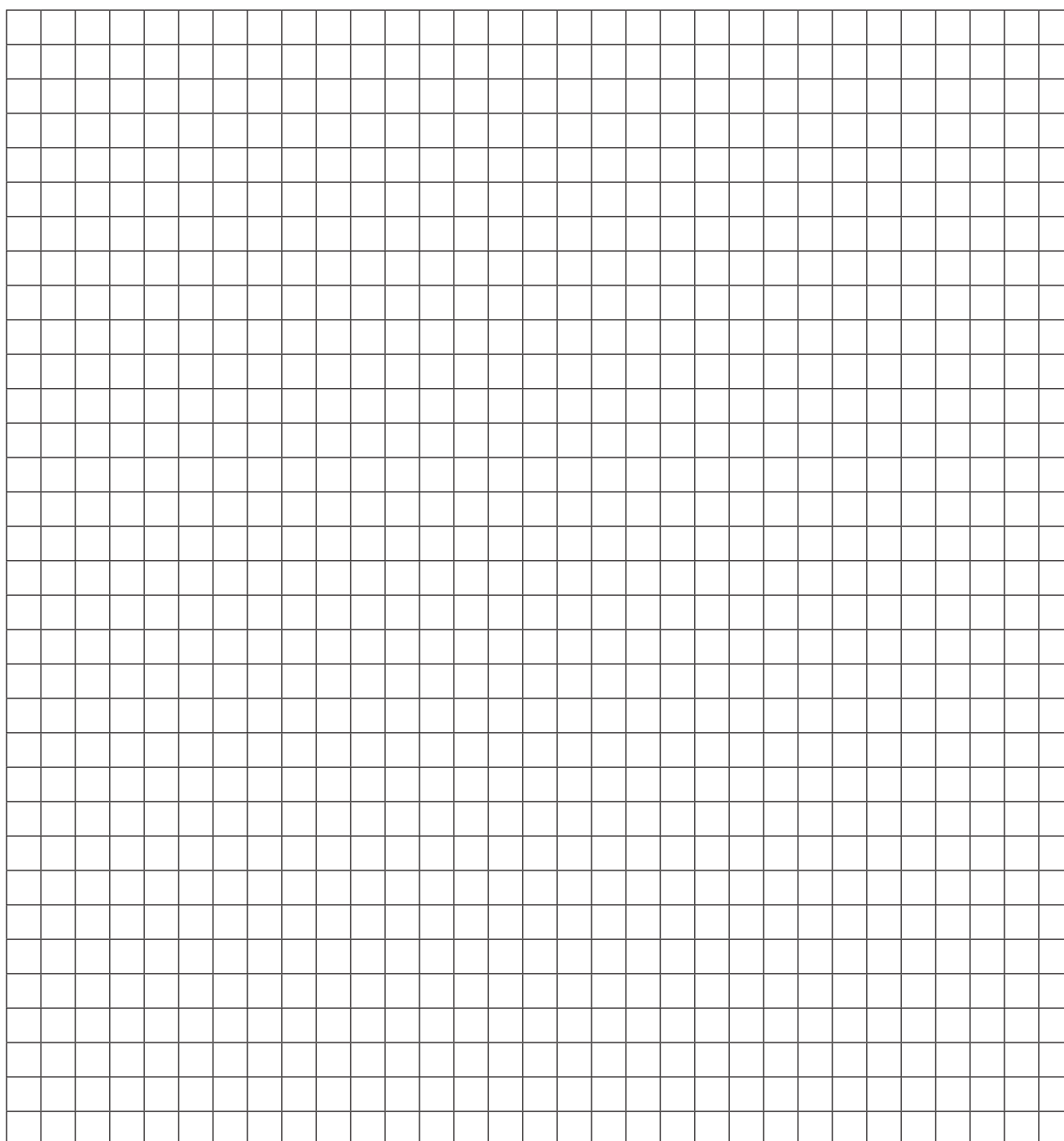


Zapisz kwadrat objętości tego prostopadłościanu jako funkcję zmiennej x .

Wyznacz wszystkie wartości $x > 0$, dla których istnieje prostopadłościan spełniający drugi warunek.

Znajdź długości krawędzi tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego objętość jest największa.

Więcej materiałów na lern.one



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.