

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

IMIĘ I NAZWISKO *

--

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **18** stron (zadania **1–15**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

STYCZEŃ 2018

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

W zadaniu 6. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.

Zadanie 1. (0–1)

Równanie $|(x+2)^2 - 3| = 2a + 1$ z niewiadomą x ma dokładnie trzy rozwiązania tylko wtedy, gdy

- A. $a = -2$. B. $a = 0$. C. $a = 1$. D. $a = 3$.

Zadanie 2. (0–1)

Wskaż przedział, w którym wielomian $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ jest funkcją malejącą.

- A. $\langle 1, 3 \rangle$ B. $\langle 0, 4 \rangle$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-3, -1)$

Zadanie 3. (0–1)

Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{3n(n^2 - 1)}{(2n + 1)^3}$ dla $n \geq 1$. Wtedy

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{4}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{8}$.

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja f , której dziedziną jest zbiór $(2, \infty)$, jest określona wzorem: $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{8}{x^2} + \dots$.
Wartość funkcji f jest równa 8 dla argumentu

- A. $\frac{16}{7}$. B. 4. C. $4 + 4\sqrt{2}$. D. $10\frac{2}{3}$.

Zadanie 5. (0–1)

Wskaż równanie okręgu, którego obrazem w przesunięciu o wektor $\vec{u} = [3, -2]$ jest okrąg o równaniu: $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$.

- A. $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 4$
B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$
C. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2$
D. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

Zadanie 6. (0–2)

W trójkącie ostrokątnym ABC $\sin \sphericalangle BAC = \frac{4}{5}$, a $\sin \sphericalangle ABC = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Oblicz $\cos \sphericalangle ACB$.

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

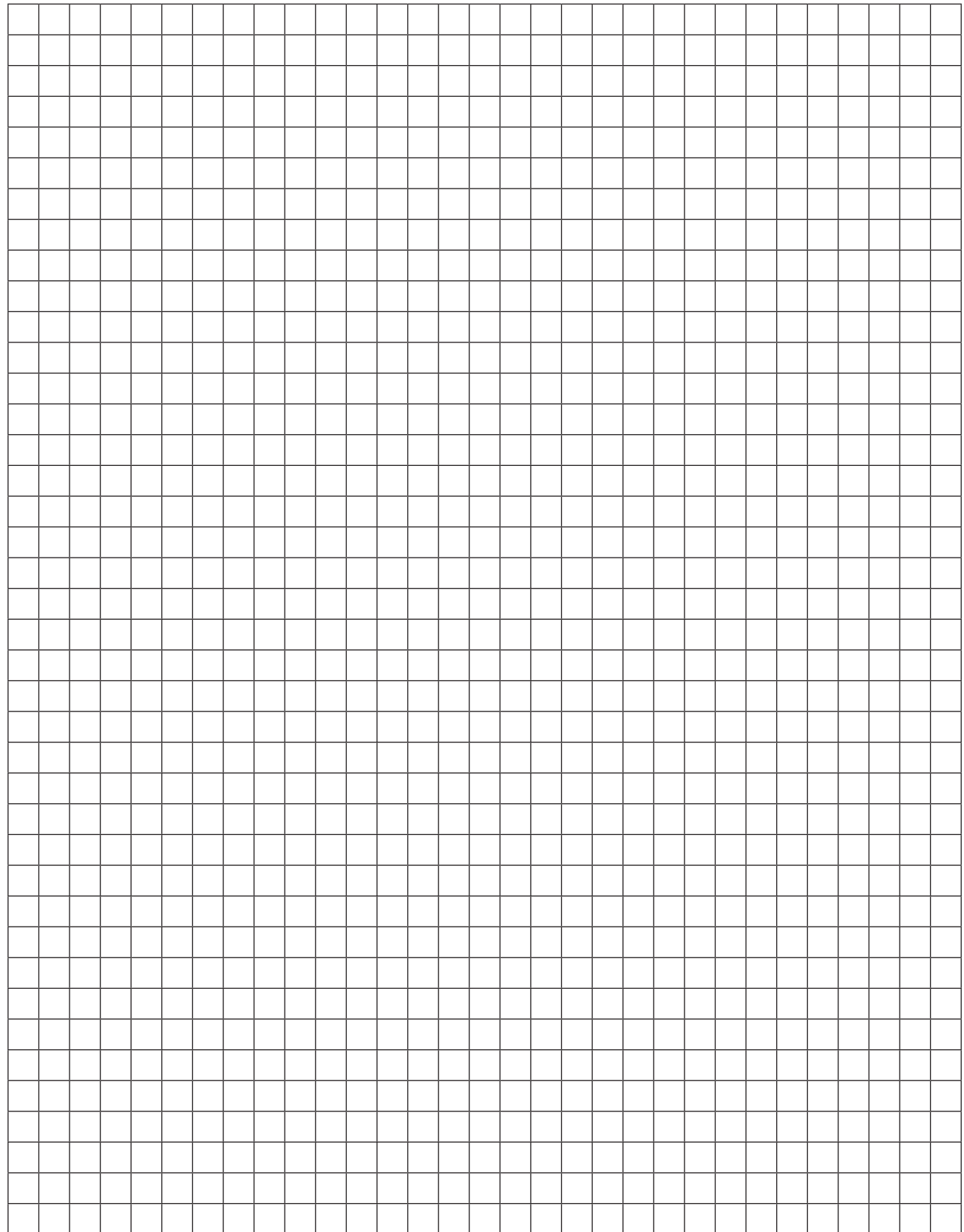
[illegible]3 z 22

Zadanie 7. (0–3)

W czworokącie $ABCD$ dane są: $|AC| = 5$, $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle BCD| = 90^\circ$, $\sin \sphericalangle ABC = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Oblicz długość przekątnej BD tego czworokąta.

Więcej materiałów na lern.one



Odpowiedź:

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność:

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

5 z 18

Zadanie 9. (0–3)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem:

$$a_n = \frac{1}{\frac{1}{\log_2(n+1)} + \frac{1}{\log_3(n+1)} + \frac{1}{\log_4(n+1)} + \dots + \frac{1}{\log_{2018}(n+1)}} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Uzasadnij, że wzór ciągu (a_n) można zapisać w postaci $a_n = \log_{2018!}(n+1)$ i oblicz wartość wyrażenia $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2017}$.

Więcej materiałów na lern.one

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x spełniające równanie: $2 \sin^2 x - \cos 2x = 1$. Oblicz sumę wszystkich rozwiązań tego równania należących do przedziału $\langle 0, 32\pi \rangle$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	9	10
	Maks. liczba pkt	3	5
	Uzyskana liczba pkt		

Urna zawiera 5 kul ponumerowanych od 1 do 5. Losowano z niej osiem razy ze zwracaniem po jednej kuli i zapisywano wylosowane numery kolejno, od strony lewej do prawej. Zapisane cyfry utworzyły liczbę ośmiocyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w doświadczeniu otrzymamy liczbę parzystą, w której zapisie dziesiętnym znajdują się dokładnie trzy trójki i co najmniej jedna piątka. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

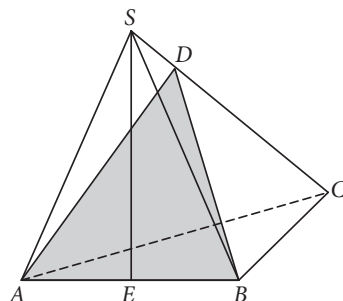
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–5)

W ostrosłupie $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem równoramiennym o ramionach AC i BC długości 4 i kącie między nimi 30° . Punkt E – środek krawędzi AB – jest spodkiem wysokości tego ostrosłupa, a krawędź boczna CS tworzy z podstawą kąt 60° . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź AB i mającą z przeciwległą krawędzią boczną CS wspólny punkt D (jak na rysunku). Oblicz pole otrzymanego przekroju, wiedząc, że z podstawą ostrosłupa tworzy on kąt 75° . Podaj dokładny wynik obliczeń.



Więcej materiałów na lern.one

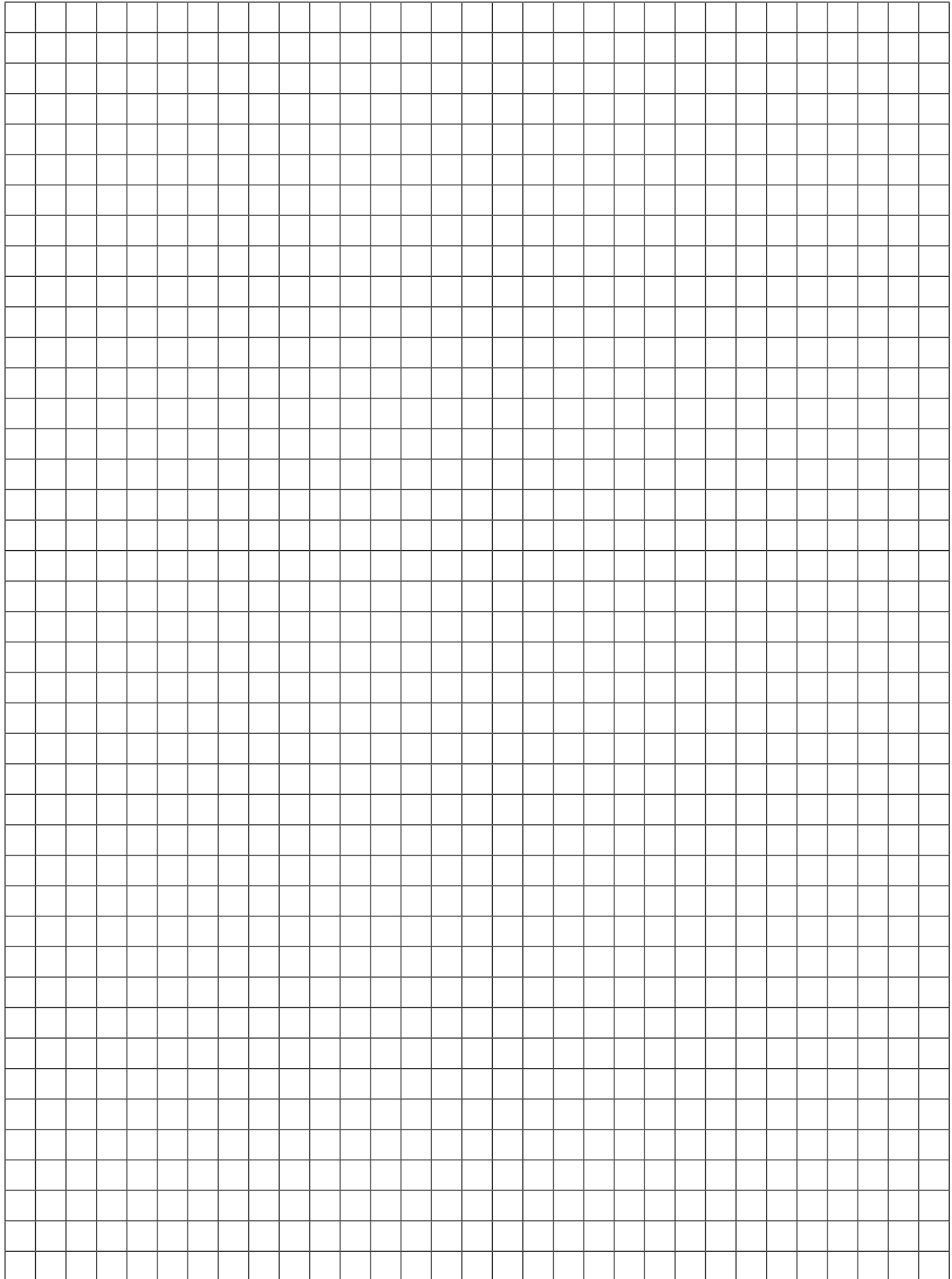
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–6)

Funkcja kwadratowa $f(x) = (2m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 1$ ma dwa różne miejsca zerowe x_1, x_2 . Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których odległość między miejscami zerowymi wynosi nie więcej niż 4.



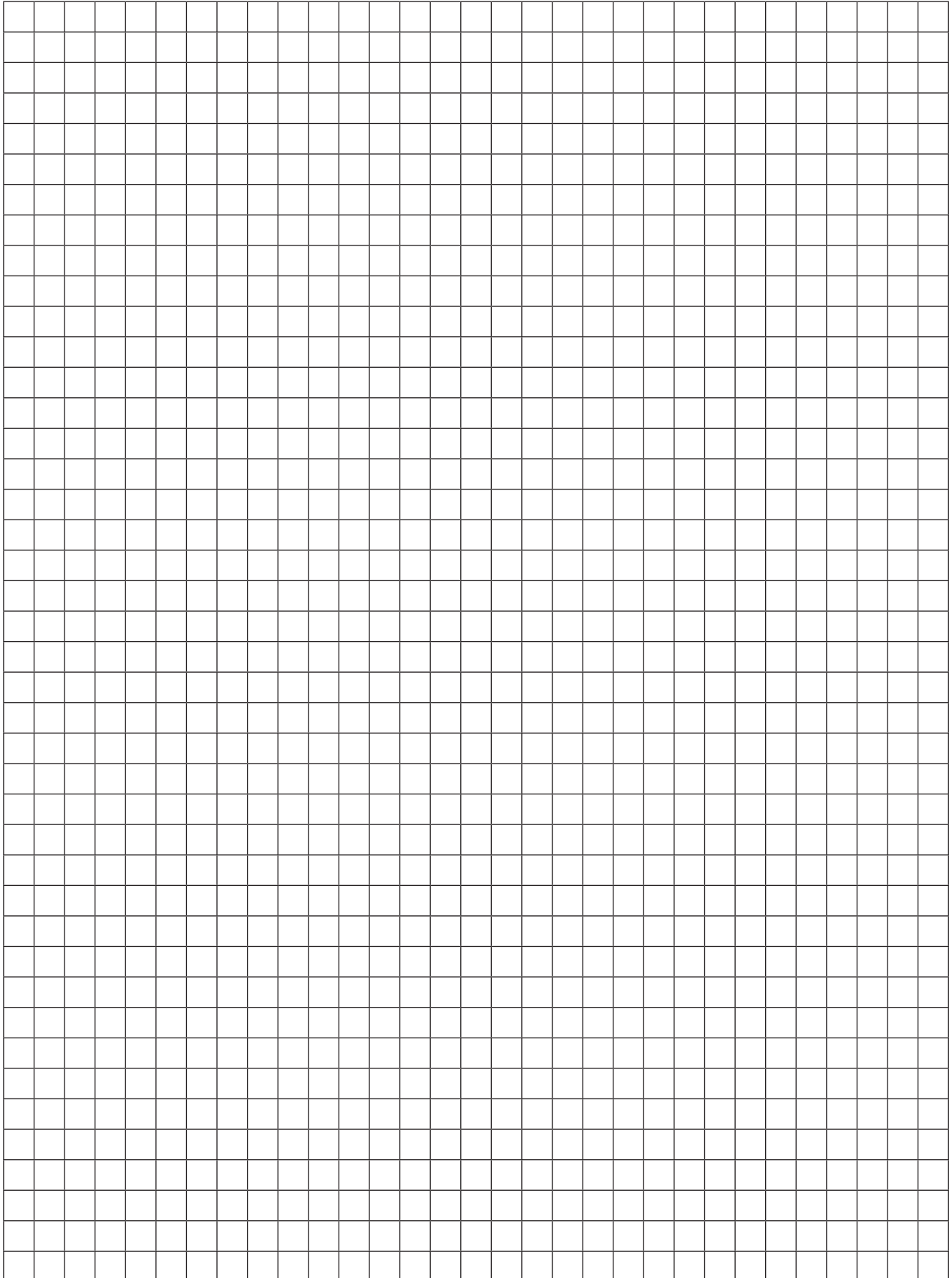
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Wyznacz równania wszystkich wspólnych stycznych do paraboli o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2$ i okręgu o równaniu $x^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = 2$.



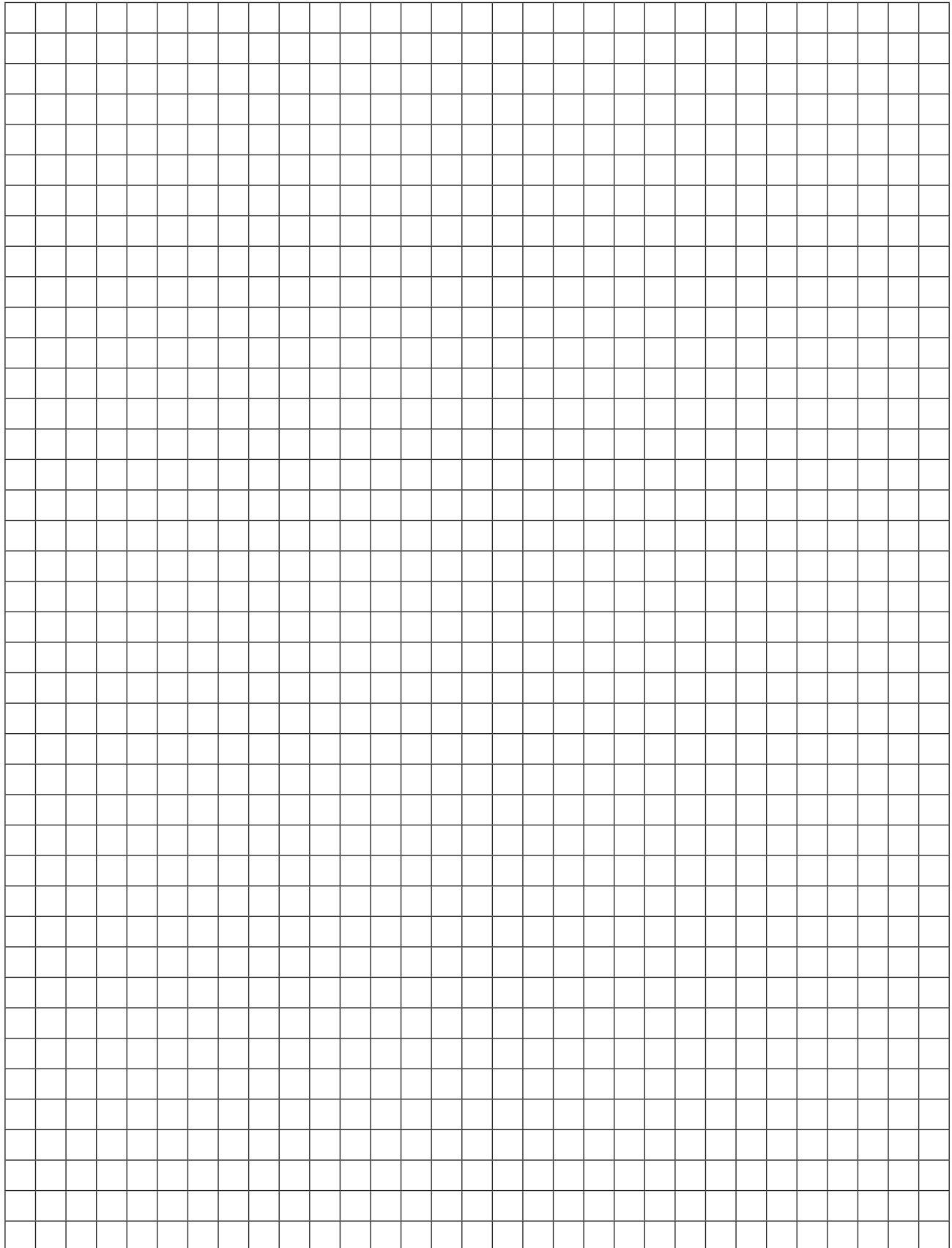
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Prosta o równaniu $y = a^2x + 3a$ przecina hiperbolę o równaniu $y = \frac{4}{x}$ w dwóch punktach, A i B . Wyraż długość odcinka AB w zależności od wartości parametru $a < 0$. Wyznacz równanie prostej, która przecina opisaną w zadaniu hiperbolę tak, aby długość odcinka AB była najmniejsza.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or additional markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.