

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

IMIĘ I NAZWISKO *

--	--	--

--

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **22** strony (zadania **1–16**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

STYCZEŃ 2016

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1–5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $||x - 4| - 2| = 3$ jest równa

- A. 8 B. 9 C. 12 D. 16

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg (a_n) jest zdefiniowany rekurencyjnie:
$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ dla } n \geq 1$$

Wskaż wzór ogólny ciągu (b_n) , w którym $b_n = a_n + a_{n+2}$ dla $n \geq 1$.

A. $b_n = (\sqrt{2})^{n+3}$

B. $b_n = 2^{n+4}$

C. $b_n = 3 \cdot 2^{\frac{n+3}{2}}$

D. $b_n = 4 \cdot (\sqrt{2})^{2n}$

Zadanie 3. (0–1)

Jedyny pierwiastek rzeczywisty wielomianu $w(x) = 2x^3 + (c - 5)x^2 + cx - 5$ o współczynnikach całkowitych jest liczbą pierwszą. Zatem parametr c jest równy

- A. 19 B. 4 C. -1 D. -4

Zadanie 4. (0–1)

Liczby x, y, z są dodatnie i różne od 1 oraz $\log_x \sqrt{y} = \frac{1}{3}$ i $\log_y \sqrt[3]{z} = \frac{1}{4}$. Wskaż wartość wyrażenia $\log_z \sqrt[4]{x}$.

- A. 18 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{5}$

Zadanie 5. (0–1)

Ile różnych funkcji można utworzyć na zbiorze $X = \{-2, -1, 3, 4\}$ o wartościach ze zbioru $Y = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$?

- A. 2880 B. 1296 C. 360 D. 24

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. A single horizontal line runs across the middle of the page, separating the top half from the bottom half. This line is slightly thicker than the other grid lines. The background is white, and the overall appearance is clean and professional, suitable for technical drawing or mathematics.

3 z 22

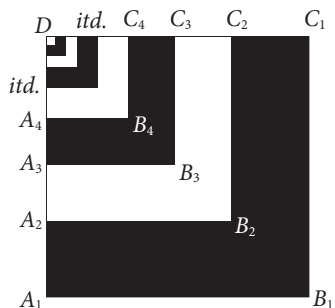
W zadaniach 7–18 rozwiązania zapisz w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Oblicz wartość parametru k , dla której granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{kn! - (n-2)!}{(k-2)n! + k(n-1)!}$ jest równa 9.

--	--	--

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Na rysunku przedstawiono fragment nieskończonego ciągu na przemian czarnych i białych kwadratów o wspólnym wierzchołku D . Kwadrat $A_1B_1C_1D$ koloru czarnego ma bok długości $3\sqrt{13}$. Długość boku każdego następnego kwadratu stanowi $\frac{2}{3}$ długości boku kwadratu poprzedniego. Oblicz pole obszaru zaznaczonego kolorem czarnym w nieskończonym ciągu tych kwadratów.

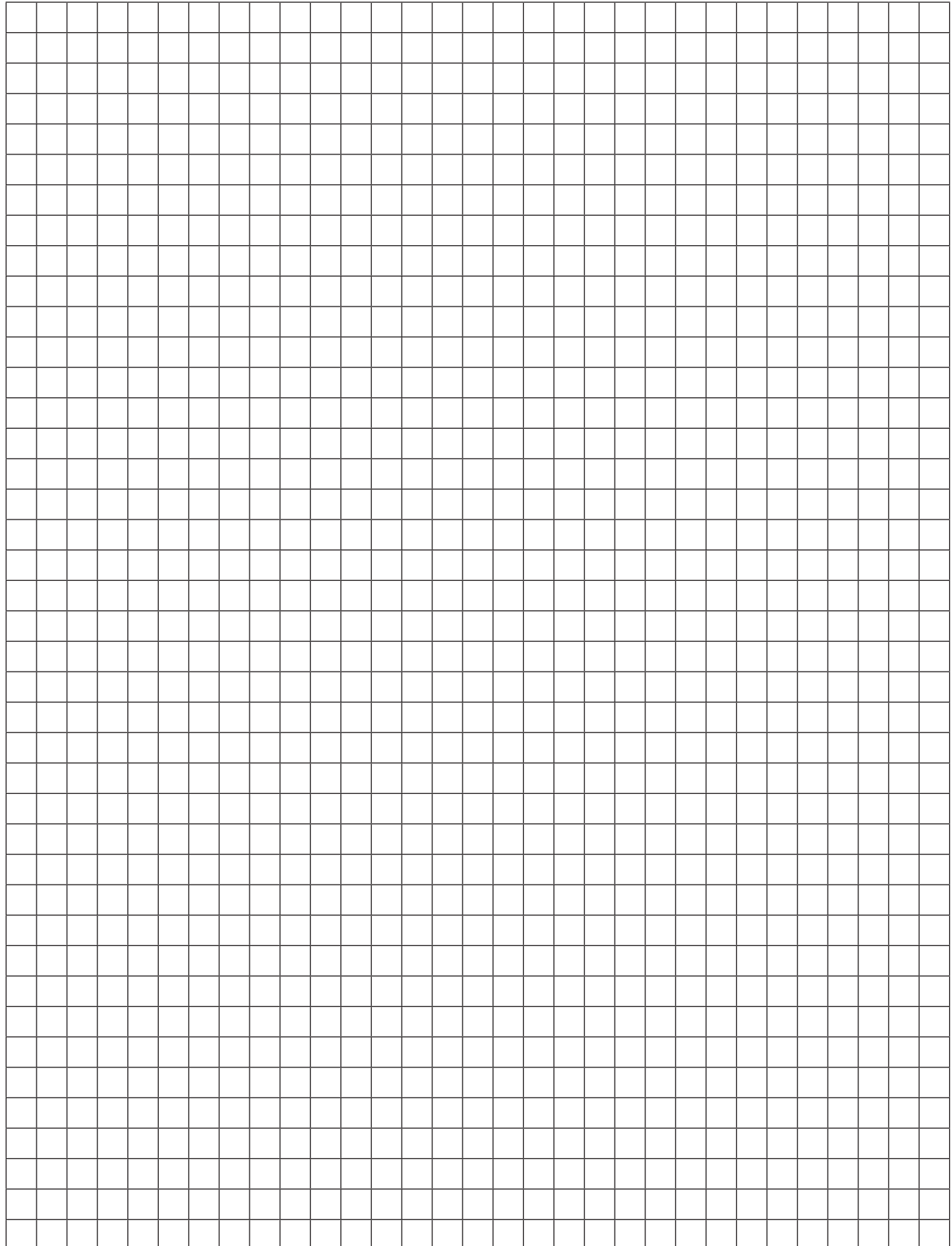
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	6	7
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–3)

W trójkącie prostokątnym ABC , w którym bok AB jest przeciwprostokątną, na boku BC obrano punkt D taki, że $|\sphericalangle DAB| = 2|\sphericalangle CAD|$. Długość odcinka BD jest równa a , a kąt CAD ma miarę α . Wykaż, że $|AD| = \frac{a(1 - 4 \sin^2 \alpha)}{2 \sin \alpha}$.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wykaż, że wielomian $f(x) = 3x^{10} - 5x^6 + 3$ nie ma pierwiastków rzeczywistych.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

Rozwiąż równanie $\sin x \cos 3x + \operatorname{tg} x \cos^2 x = 0$.

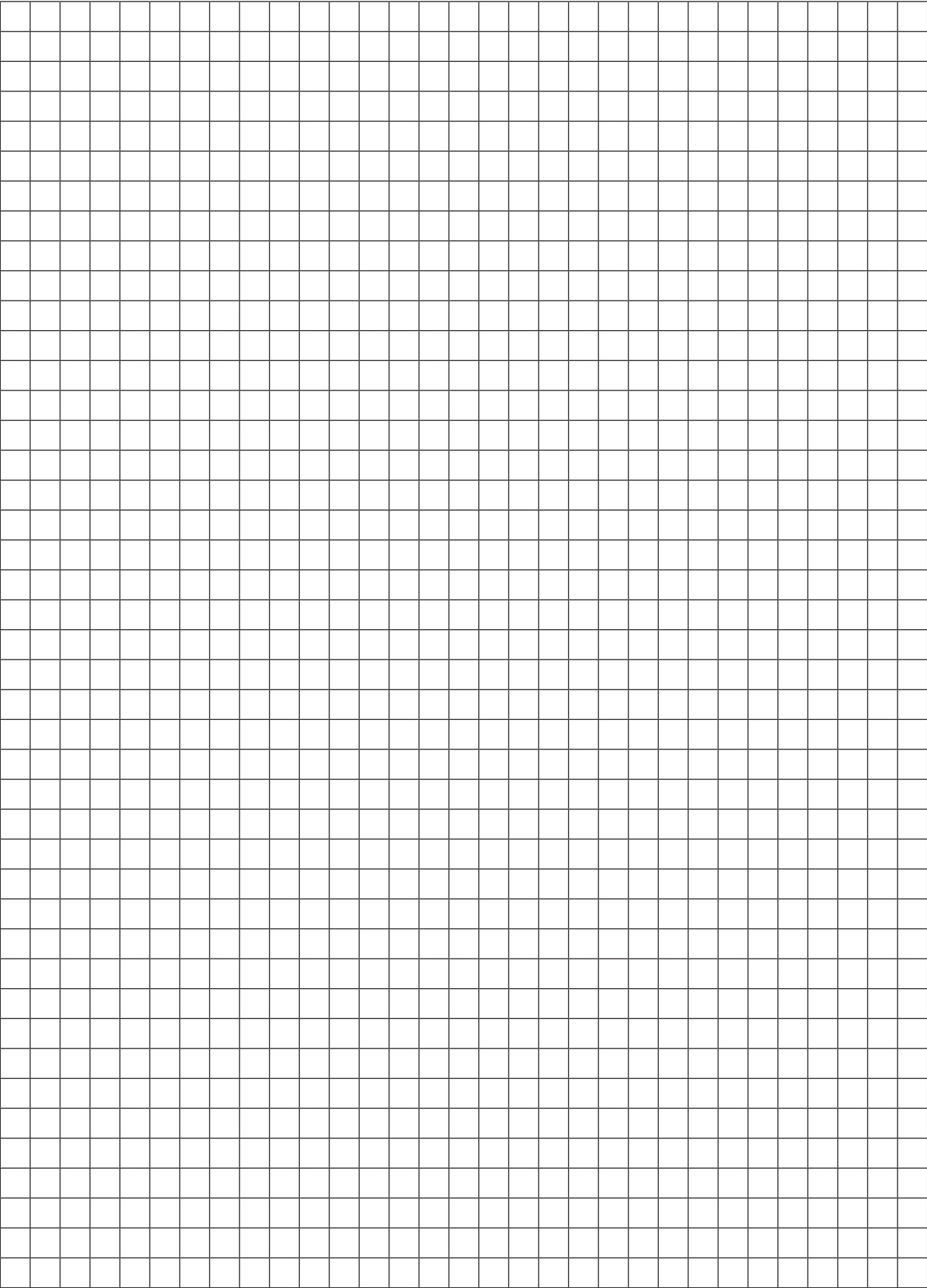
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	9	10
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (0–4)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f , które tworzą z osią Ox kąt 45° .



Więcej materiałów na [lern.one](#)

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page. The grid covers the entire area from edge to edge.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Doświadczenie losowe polega na tym, że losujemy jednocześnie dwie liczby ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, gdzie $n \geq 2$. Wyznacz te wartości n , dla których prawdopodobieństwo wylosowania dwóch liczb różniących się od siebie co najmniej o trzy jest równe $\frac{7}{12}$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

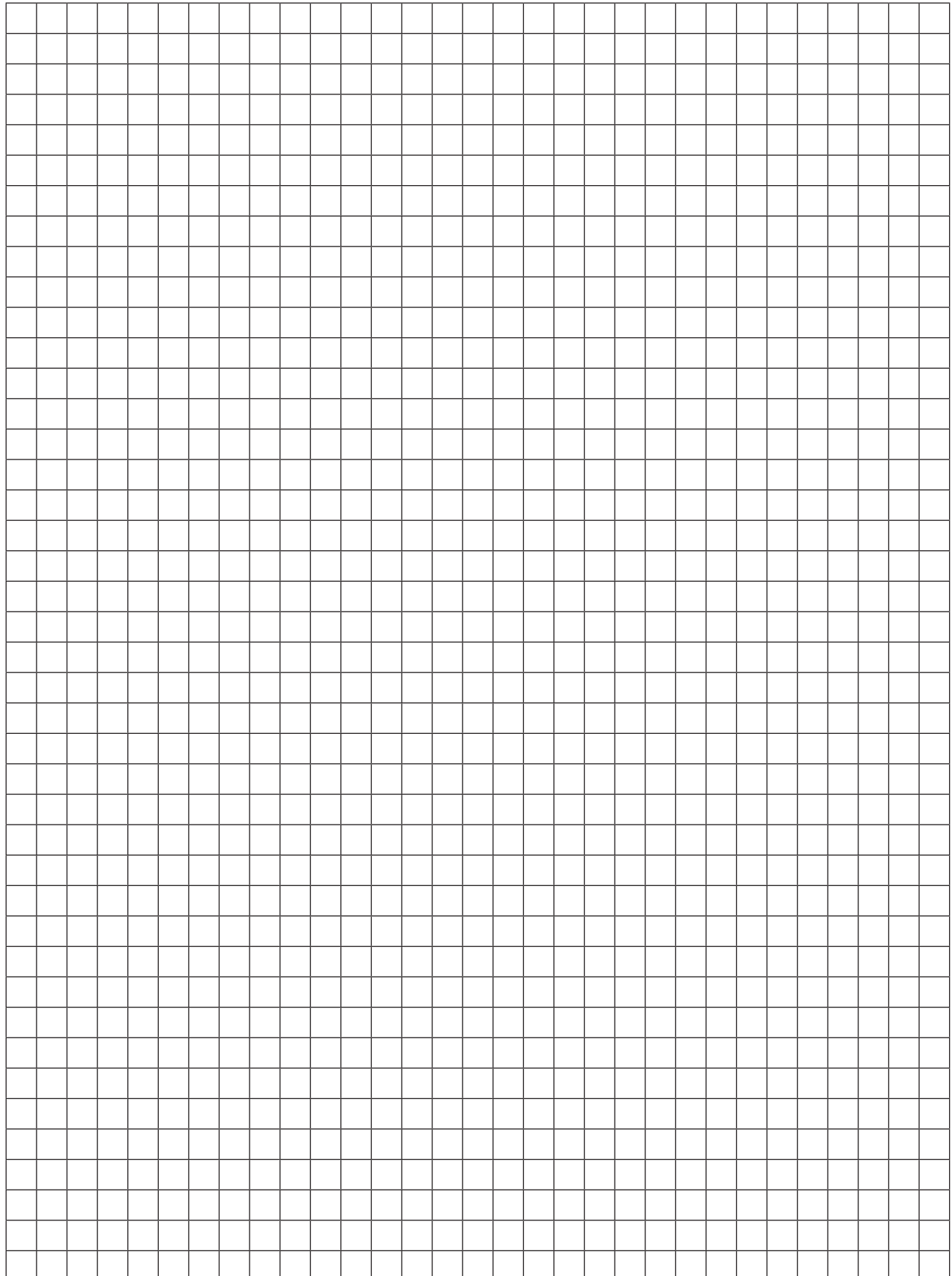
[illegible]

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

W trapez równoramienny $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, wpisano okrąg o środku S . Odległość punktu S od końców dłuższej podstawy AB jest równa 10, a cosinus kąta ostrego tego trapezu jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole tego trapezu.



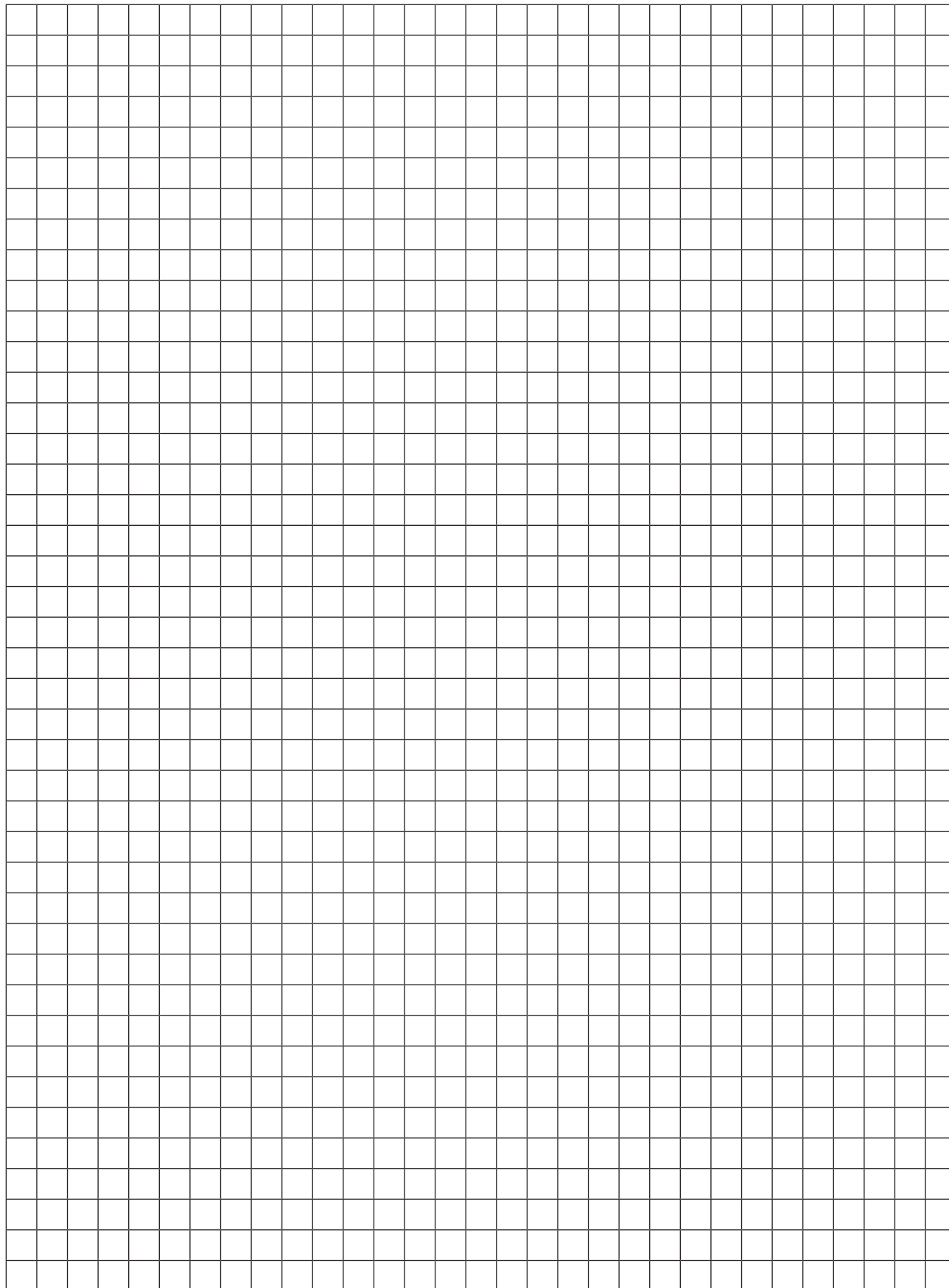
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Odcinek $A'B'$ jest obrazem odcinka o końcach $A = (2, 6)$ oraz $B = (-4, 4)$ w jednokładności o środku $O = (0, 3)$ i skali $k \neq 0$. Punkt A' , który jest obrazem punktu A w tej jednokładności, leży na prostej o równaniu $x + 2y + 10 = 0$. Wyznacz równanie okręgu, którego średnicą jest odcinek $A'B'$.



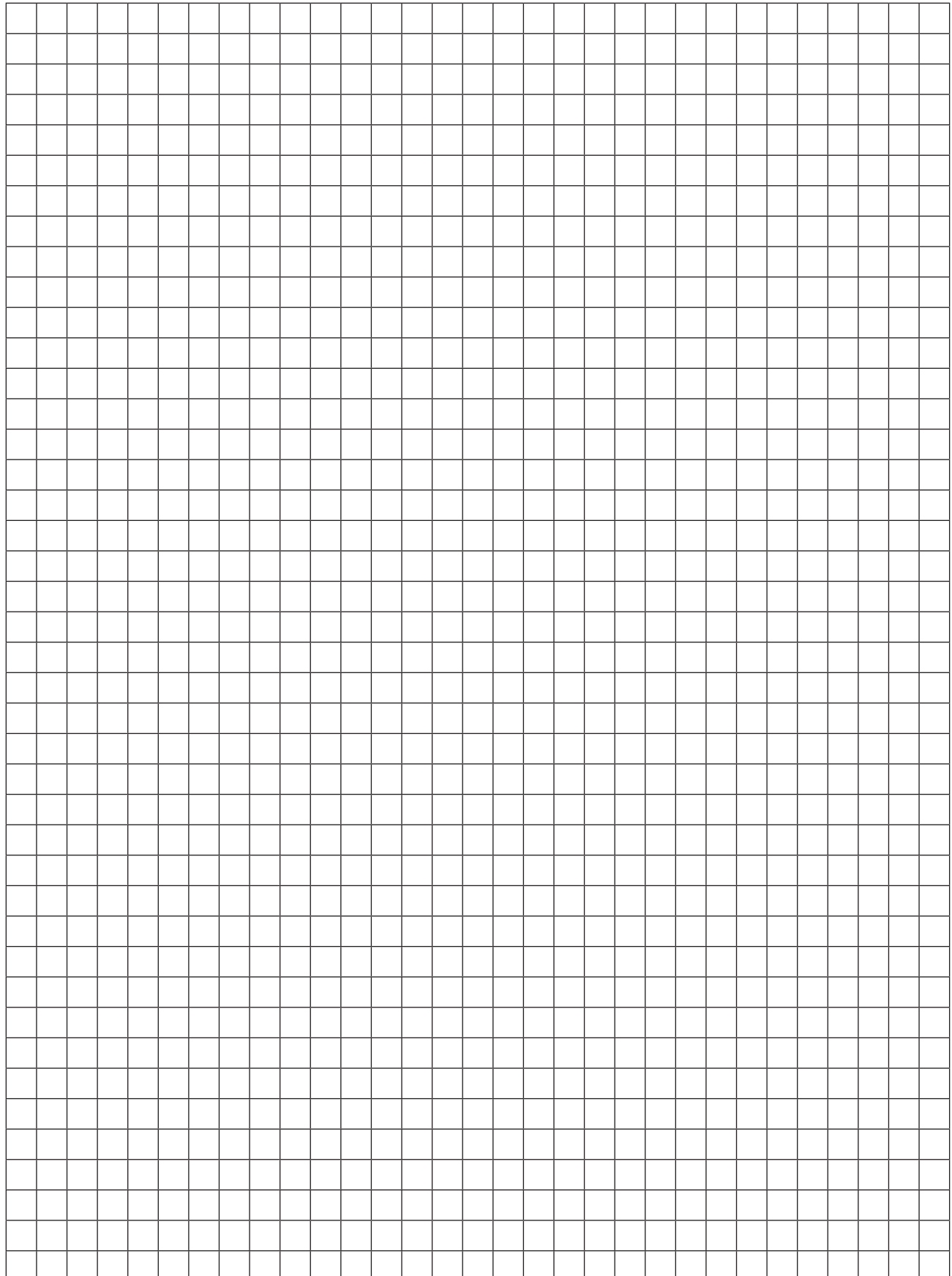
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The margins are consistent on all sides, and there are no markings or text on the paper.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Prosta o równaniu $y = (a - 3)x + a + 4$ przecina parabolę o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2 - 2ax + a + 8$ w dwóch punktach o pierwszych współrzędnych x_1, x_2 . Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których współrzędne x_1, x_2 spełniają nierówność $x_1^3 + x_2^3 \leq 9x_1x_2$.



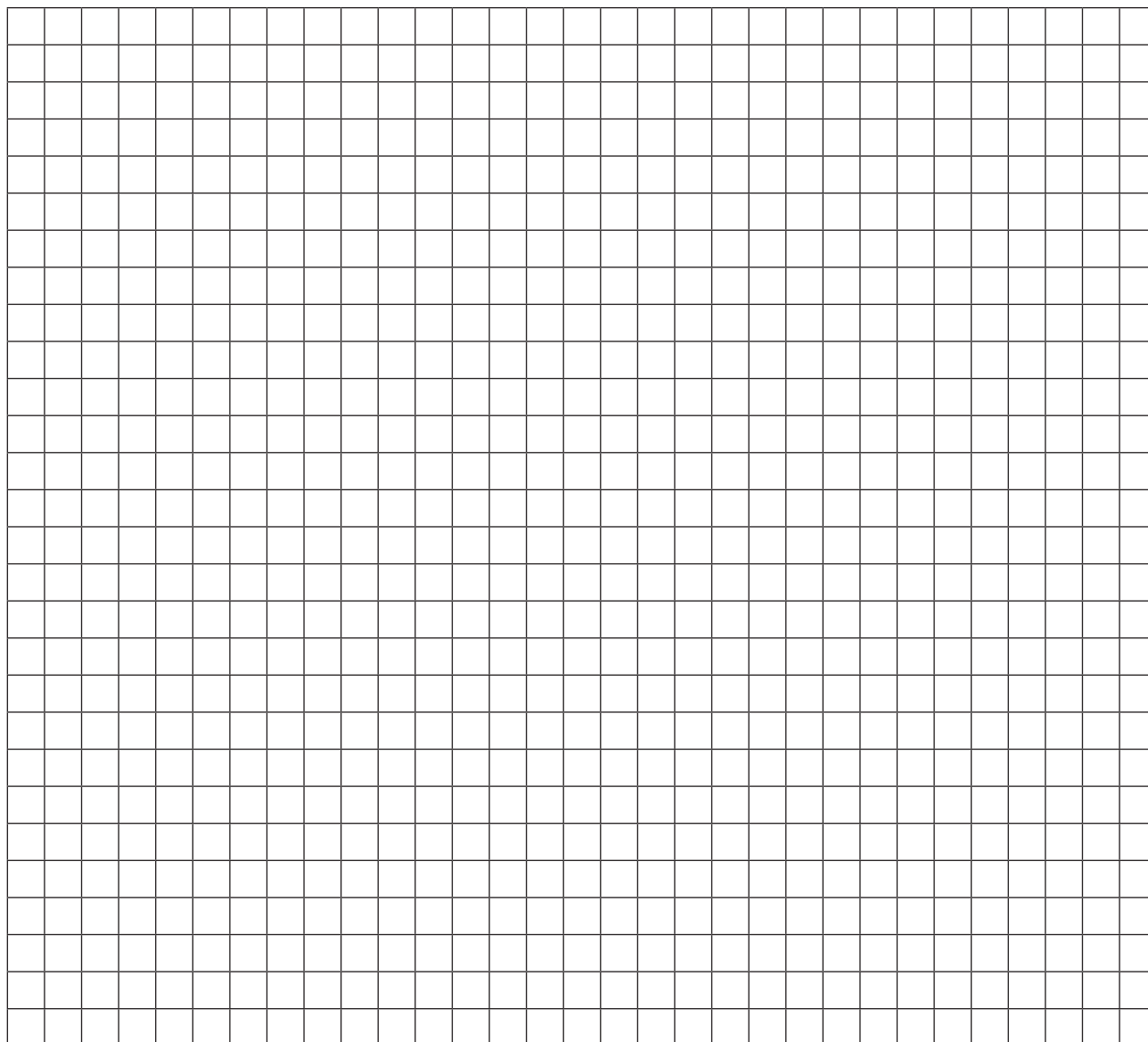
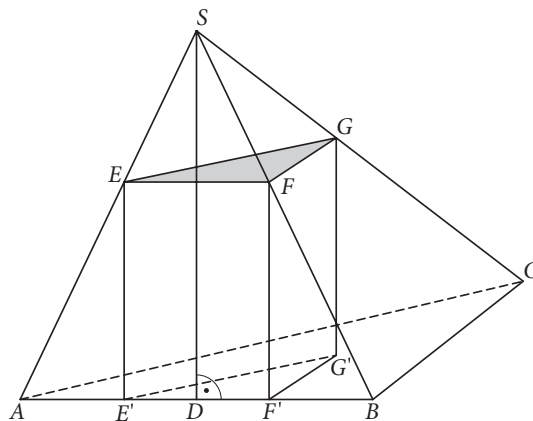
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Ostrosłup $ABCS$ o podstawie ABC , będącej trójkątem równobocznym, i wysokości SD , gdzie D jest środkiem odcinka AB , przecięto płaszczyzną równoległą do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Punkty E, F, G są punktami wspólnymi płaszczyzny przekroju i krawędzi bocznych ostrosłupa. Punkty E', F', G' leżą na podstawie ABC i odcinki EE', FF', GG' są do niej prostopadłe. Wiedząc, że $|AB| = 12$ i $|SD| = 16$, oblicz, w jakiej odległości od płaszczyzny podstawy należy poprowadzić przekrój ostrosłupa, aby graniastosłup $E'F'G'EFG$ miał największą objętość.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced across the entire area.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.