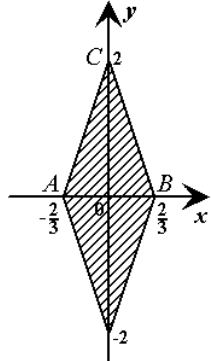
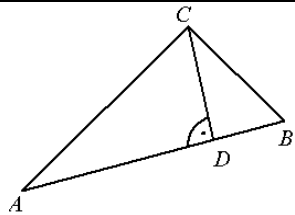
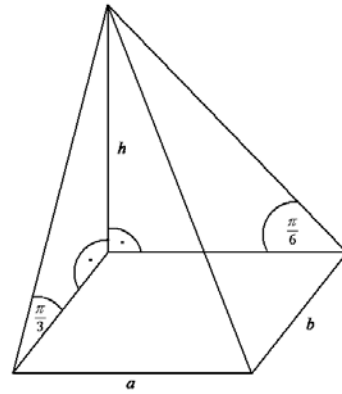


**SCHEMAT OCENIANIA ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO II**

| Nr zadania |      | Etapy rozwiązania zadania:                                                                                                   | Modelowy wynik etapu                                                                                                                            | Liczba punktów |
|------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 12         | 12.1 | Przekształcenie wzoru funkcji do postaci ogólnej funkcji kwadratowej.                                                        | $f(x) = 3x^2 - 2(a+b+c)x + (ab+bc+ac)$                                                                                                          | 1              |
|            | 12.2 | Wyznaczenie wyróżnika funkcji kwadratowej ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za przekształcenia).                              | $\Delta = 2[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$                                                                                                       | 2              |
|            | 12.3 | Uzasadnienie, że wyróżnik jest nie-ujemny.                                                                                   | $\Delta \geq 0$ dla dowolnych rzeczywistych $a, b, c$ stąd funkcja $f$ ma co najmniej jedno miejsce zerowe                                      | 1              |
| 13         | 13.1 | Zapisanie warunków jakie muszą być spełnione, aby wyrażenie $\log_m(x-1)$ miało sens.                                        | $x \in (1; +\infty)$ i $m \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$                                                                                         | 1              |
|            | 13.2 | Zapisanie alternatywy równań logarytmicznych równoważnej danemu równaniu.                                                    | $\log_m(x-1) = 1$ lub $\log_m(x-2) = -2$                                                                                                        | 1              |
|            | 13.3 | Rozwiązanie alternatywy równań logarytmicznych w zależności od parametru $m$ .                                               | $x = m + 1$ lub $x = 1 + \frac{1}{m^2}$                                                                                                         | 1              |
|            | 13.4 | Zapisanie warunków, dla których każda liczba spełniająca równanie jest mniejsza od 3.                                        | $1 < m + 1 < 3$ i $1 < 1 + \frac{1}{m^2} < 3$                                                                                                   | 1              |
|            | 13.5 | Wyznaczenie wszystkich wartości parametru $m$ spełniających warunki zadania ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia). | $m \in (\frac{\sqrt{2}}{2}; 1) \cup (1; 2)$                                                                                                     | 2              |
| 14         | 14.1 | Przekształcenie podanego równania.                                                                                           | $(x + \frac{a}{2})^2 + (y + \frac{b}{2})^2 = (\frac{a-b}{2})^2$                                                                                 | 1              |
|            | 14.2 | Uzasadnienie, że otrzymane równanie jest równaniem okręgu.                                                                   | Ponieważ $a \neq b$ , to $(\frac{a-b}{2})^2 > 0$ .<br>Otrzymane równanie przedstawia okrąg.                                                     | 1              |
|            | 14.3 | Wyznaczenie współrzędnych środka i długości promienia okręgu.                                                                | $S = (-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2})$ , $r = \frac{ a-b }{2}$                                                                                      | 1              |
| 15         | 15.1 | Przekształcenie wzoru funkcji po zastosowaniu wzorów redukcyjnych.                                                           | $f(x) = \sin 2x + \sin \left[ \frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{6} - 2x) \right]$ lub<br>$f(x) = \cos(\frac{\pi}{2} - 2x) + \cos(\frac{\pi}{6} - 2x)$ | 1              |
|            | 15.2 | Przekształcenie wzoru funkcji po zastosowaniu wzoru na sumę sinusów lub kosinusów.                                           | $f(x) = \sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{6} + 2x)$ lub<br>$f(x) = \sqrt{3} \cos(\frac{\pi}{3} - 2x)$                                                    | 1              |
|            | 15.3 | Wyznaczenie największej i najmniejszej wartości funkcji ( w tym 1 p. za podanie wartości oraz 1 p. za uzasadnienie).         | Najmniejsza wartość: $m = -\sqrt{3}$<br>Największa wartość: $M = \sqrt{3}$                                                                      | 2              |

|    |      |                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |   |
|----|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 16 | 16.1 | Ułożenie alternatywy układów nierówności opisującej figurę $F$ (w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia). | $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \\ 3x - y \leq 2 \end{cases}$ $\vee \begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0 \\ -3x + y \leq 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \\ -3x - y \leq 2 \end{cases}$ | 2 |
|    | 16.2 | Wyznaczenie współrzędnych wierzchołków figury $F$ .                                                            | $(-\frac{2}{3}; 0); (\frac{2}{3}; 0); (0; 2); (0; -2)$                                                                                                                                                                                                                                           | 1 |
|    | 16.3 | Sporządzenie rysunku i zaznaczenie figury $F$ .                                                                |                                                                                                                                                                                                                | 1 |
|    | 16.4 | Obliczenie pola figury $F$ .                                                                                   | $P_F = 2P_{\triangle ABC} =  AB  \cdot  OC , P_F = \frac{8}{3}$                                                                                                                                                                                                                                  | 1 |
| 17 | 17.1 | Sporządzenie rysunku z oznaczeniami lub opis oznaczeń.                                                         |  $\begin{aligned}  AB  &= 3\sqrt{2} \\  AC  &= 3 - \sqrt{3} \\  BC  &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$                                                                                                               | 1 |
|    | 17.2 | Wyznaczenie miary największego kąta.                                                                           | $\cos \angle C = \frac{ AC ^2 +  BC ^2 -  AB ^2}{2 AC  \cdot  BC } = -\frac{1}{2}$ $ \angle C  = 120^\circ$                                                                                                                                                                                      | 1 |
|    | 17.3 | Obliczenie pola trójkąta.                                                                                      | $P_{ABC} = \frac{1}{2} AC  \cdot  BC  \sin \angle C = \frac{3}{2}(3 - \sqrt{3})$                                                                                                                                                                                                                 | 1 |
|    | 17.4 | Obliczanie długości wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta rozwartego.                                     | $ CD  = \frac{2P_{\triangle ABC}}{ AB } = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$                                                                                                                                                                                                                        | 1 |
|    | 17.5 | Obliczanie długości promienia okręgu opisanego na trójkącie.                                                   | $R = \frac{ AB }{2 \sin \angle C} = \sqrt{6}$                                                                                                                                                                                                                                                    | 1 |
| 18 | 18.1 | Sporządzenie rysunku wraz z zaznaczeniem danych kątów.                                                         |                                                                                                                                                                                                              | 1 |
|    | 18.2 | Wyznaczenie długości boków prostokąta w zależności od $h$ .                                                    | $a = h \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}, b = h \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$                                                                                                                                                                                                                 | 1 |

|    |      |                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                 |   |
|----|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
|    | 18.3 | Wykazanie, że $a \cdot b = h^2$ ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia).                                              | $a \cdot b = h^2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = h^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = h^2$                | 2 |
|    | 18.4 | Obliczenie wysokości ostrosłupa.                                                                                              | $h = 3 \text{ dm}$                                                                                                                                                              | 1 |
|    | 18.5 | Obliczenie objętości ostrosłupa.                                                                                              | $V = 9 \text{ dm}^3$                                                                                                                                                            | 1 |
| 19 | 19.1 | Opis zdarzeń losowych.                                                                                                        | Np.: $A$ – zdarzenie polegające na otrzymaniu wygranej na pierwszej loterii,<br>$B$ - zdarzenie polegające na otrzymaniu wygranej na drugiej loterii.                           | 1 |
|    | 19.2 | Obliczenie prawdopodobieństwa wygranej w pierwszej loterii.                                                                   | $P(A) = \frac{2}{n}$                                                                                                                                                            | 1 |
|    | 19.3 | Obliczenie prawdopodobieństwa przegranej w drugiej loterii.                                                                   | $P(B') = \frac{(2n-3)(n-1)}{(2n-1)n}$                                                                                                                                           | 1 |
|    | 19.4 | Obliczenie prawdopodobieństwa wygranej w drugiej loterii.                                                                     | $P(B) = \frac{4n-3}{(2n-1)n}$                                                                                                                                                   | 1 |
|    | 19.5 | Porównanie otrzymanych prawdopodobieństw.                                                                                     | Rozwiązanie jednej z nierówności:<br>$P(A) \gg P(B)$ albo $P(A) \ll P(B)$<br>i wywnioskowanie, że $P(A) \gg P(B)$                                                               | 1 |
| 20 | 20.1 | Analiza zadania i wprowadzenie oznaczeń.                                                                                      | Np. $x$ – różnica ciągu arytmetycznego<br>$a_1 = 1 - 50x$                                                                                                                       | 1 |
|    | 20.2 | Wyznaczenie $a_{49}, a_{50}$ w zależności od $x$ .                                                                            | $a_{49} = 1 - 2x, a_{50} = 1 - x$                                                                                                                                               | 1 |
|    | 20.3 | Zapisanie wyrażenia $\frac{a_1 \cdot a_{49}}{a_{50}}$ jako funkcji jednej zmiennej i podanie jej dziedziny.                   | $f(x) = \frac{(1-50x)(1-2x)}{1-x}, x \in (-\infty; 1)$                                                                                                                          | 1 |
|    | 20.4 | Obliczenie pochodnej funkcji $f$ .                                                                                            | $f'(x) = \frac{-100x^2 + 200x - 51}{(1-x)^2}, x \in (-\infty; 1)$                                                                                                               | 1 |
|    | 20.5 | Rozwiązanie równania $f'(x) = 0$ .                                                                                            | $x = \frac{3}{10}$                                                                                                                                                              | 1 |
|    | 20.6 | Uzasadnienie istnienia najmniejszej wartości funkcji $f$ (zbadanie monotoniczności funkcji $f$ w przedziale $(-\infty; 1)$ ). | Funkcja $f$ :<br>maleje dla $x \in \left(-\infty; \frac{3}{10}\right)$ , rośnie dla $x \in \left(\frac{3}{10}; 1\right)$ , dla $x = \frac{3}{10}$ przyjmuje najmniejszą wartość | 1 |
|    | 20.7 | Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji $f$ .                                                                               | $f\left(\frac{3}{10}\right) = -8$                                                                                                                                               | 1 |
| 21 | 21.1 | Wykorzystanie definicji potęgi o wykładniku równym zero.                                                                      | $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ dla $x \neq 5$ (*)                                                                                                                                     | 1 |
|    | 21.2 | Rozwiązanie równania (*) ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia).                                                     | $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 3$                                                                                                                                                    | 2 |
|    | 21.3 | Analiza równania dla $x = 4$ .                                                                                                | Liczba spełniająca równanie: $x_4 = 4$                                                                                                                                          | 1 |
|    | 21.4 | Analiza równania dla $x = 6$ .                                                                                                | Liczba spełniająca równanie: $x_5 = 6$                                                                                                                                          | 1 |

**Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą od przedstawionej w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.**