

Schematy punktowania zadań do Arkusza II

Zadanie 12.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie wyrażenia $\frac{x(x-1)(x-2)}{x^2-3x+2}$ w prostszej postaci. Odp. x .	1
2.	Obliczenie granicy funkcji f w punkcie $x=1$. Odp. 1.	1
3.	Obliczenie granicy funkcji f w punkcie $x=2$. Odp. 2	1
4.	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. Funkcja f jest ciągła w punkcie $x=1$; funkcja f nie jest ciągła w punkcie $x=2$. <i>Za każdą część odpowiedzi – 1 punkt.</i>	2

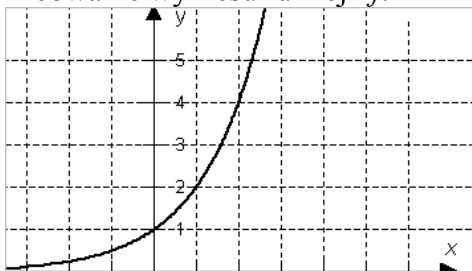
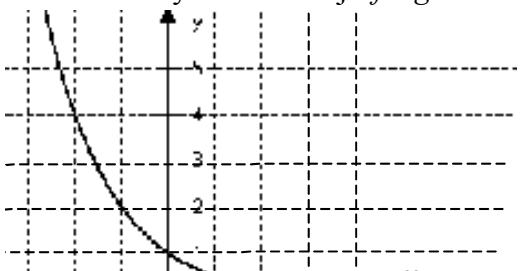
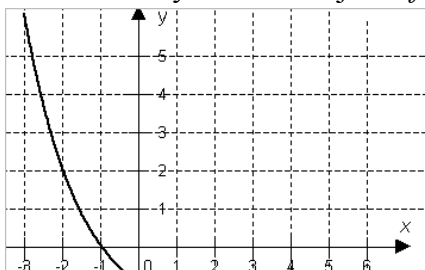
Zadanie 13.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Obliczenie $P(B)$. Odp. $P(B) = \frac{1}{4}$.	1
2.	Obliczenie $P(A \cap B)$. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ Odp. $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$.	1
3.	Porównanie liczb $P(A \cap B)$ oraz $P(A) \cdot P(B)$ i zapisanie odpowiedzi, że zdarzenia A i B są niezależne.	1

Zadanie 14.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Ustalenie, że punkt D jest obrazem punktu A oraz punkt C jest obrazem punktu B . <i>Fakt ten może być opisany słownie, przedstawiony rysunkiem lub wykorzystany podczas rozwiązania.</i>	1
2.	Wyznaczenie równania prostej AD . Odp. $y=0$.	1
3.	Wyznaczenie równania prostej BC . Odp. $y=2x-2$.	1
4.	Wyznaczenie współrzędnych środka jednokładności. Odp. $(1,0)$.	1

Zadanie 15.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Naszkicowanie wykresu funkcji f . 	1
2.	Wyznaczenie wzoru funkcji $f \circ g$. Odp. $(f \circ g)(x) = 2^{-x}$.	1
3.	Naszkicowanie wykresu funkcji $f \circ g$. 	1
4.	Wyznaczenie wzoru funkcji $h \circ f \circ g$. Odp. $(h \circ f \circ g)(x) = 2^{-x} - 2$.	1
5.	Naszkicowanie wykresu funkcji $h \circ f \circ g$. 	1

Zadanie 16.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych za pomocą symbolu Newtona. Odp. $\binom{42}{5}$.	1
2.	Obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych. Odp. 850668.	1
3.	Zapisanie liczby zdarzeń sprzyjających trafieniu co najmniej 4 spośród 5 liczb z wykorzystaniem symbolu Newtona. Odp. $\binom{5}{4}\binom{37}{1} + 1$.	1

4.	Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających. Odp. 186.	1
5.	Obliczenie prawdopodobieństwa trafienia co najmniej 4 spośród 5 liczb. $\frac{186}{850668} \approx 0,0002186$ Odp. 0,00022.	1

Zadanie 17.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie równania w postaci $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$.	1
2.	Zapisanie równania z niewiadomą $t = \sin x$. Odp. $2t^2 - 5t + 2 = 0$.	1
3.	Wyznaczenie rozwiązań równania $2t^2 - 5t + 2 = 0$. Odp. $t = 2$, $t = \frac{1}{2}$.	1
4.	Zapisanie, że równanie $\sin x = 2$ nie ma rozwiązań.	1
5.	Zapisanie rozwiązań równania $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$. Odp. $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{C}$ lub $x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{C}$. (Uznajemy też wynik zapisany w postaci. $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$, gdzie $k \in \mathbb{C}$ lub $x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$, gdzie $k \in \mathbb{C}$).	1

Zadanie 18.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie polecenia a). Odp. $y = \frac{5}{8}$. <i>Za podanie współczynnika kierunkowego stycznej lub wartości pochodnej funkcji f dla $x=0$ przyznajemy 1 punkt.</i>	2
2.	Podanie argumentu, dla którego funkcja f osiąga minimum. Odp. $x = 3$.	1
3.	Podanie minimum funkcji f . Odp. $f_{\min}(3) = -1$.	1
4.	Wykonanie polecenia c). Odp. Najmniejsza wartość funkcji f jest równa -1 .	1

Zadanie 19.

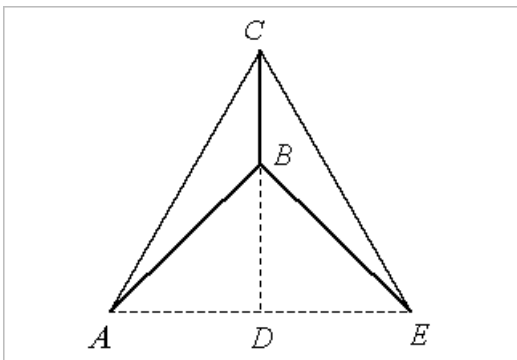
L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie polecenia zadania. Odp. Równanie nie ma rozwiązań dla $m \in (-\infty, 0)$; równanie ma 1 rozwiązanie dla $m \in (0, +\infty)$. <i>Po 1 punkcie za każdy z rozważonych przypadków.</i>	2
2.	Uzasadnienie odpowiedzi. Odp. Funkcja g określona wzorem $g(x) = f(x-1)$ jest funkcją różnowartościową. Zbiorem wartości	2

	funkcji g jest przedział $(0, +\infty)$. <i>Po 1 punkcie za każdy element uzasadnienia.</i>	
--	---	--

Zadanie 20.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Sprawdzenie, czy dla $n = 1$ zachodzi dana równość. Odp. Lewa strona równości jest równa 2. Prawa strona jest równa $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$.	1
2.	Zapisanie założenia indukcyjnego. Odp. $2 + 5 + 8 + \dots + (3k - 1) = \frac{3}{2}k^2 + \frac{1}{2}k$, gdzie k jest dowolną ustaloną liczbą naturalną większą lub równą 1.	1
3.	Zapisanie tezy indukcyjnej. Odp. $2 + 5 + 8 + \dots + (3k - 1) + (3k + 2) = \frac{3}{2}(k + 1)^2 + \frac{1}{2}(k + 1)$	1
4.	Przeprowadzenie dowodu tezy indukcyjnej. Odp. $2 + 5 + 8 + \dots + (3k - 1) + (3k + 2) = \frac{3}{2}k^2 + \frac{1}{2}k + (3k + 2) =$ $= \frac{3}{2}k^2 + 3k + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}(k + 1)^2 + \frac{1}{2}(k + 1)$	2
5.	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. Na mocy zasady indukcji matematycznej dana równość jest prawdziwa dla każdej liczby całkowitej, dodatniej n .	1

Zadanie 21.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie rysunku i wprowadzenie oznaczeń. Odp. 	1
2.	Zapisanie jaką bryłą jest bryła po obrocie danego trójkąta. Odp. Powstała bryła jest stożkiem z wyciętym stożkiem o tej samej podstawie. <i>Punkt przyznajemy także jeśli zaznaczony jest stożek na rysunku.</i>	1
3.	Wyznaczenie długości odcinka $\overline{AB}$. Z twierdzenia kosinusów	1

	$ \overline{AB} ^2 = \overline{AC} ^2 + \overline{BC} ^2 - 2 \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cos \angle ACB.$ Odp. $\overline{AB} = 7$.	
4.	Wyznaczenie długości odcinka $\overline{AD}$. $ \overline{AD} = \overline{AC} \cdot \sin \angle ACB$ Odp. $\overline{AD} = 4\sqrt{3}$.	1
5.	Wyznaczenie długości odcinka $\overline{CD}$. $ \overline{CD} = \overline{AC} \cdot \cos \angle ACB$ Odp. $\overline{CD} = 4$.	1
6.	Obliczenie objętości powstałej bryły. $V = \frac{1}{3}\pi \overline{AD} ^2 \cdot \overline{CD} - \frac{1}{3}\pi \overline{AD} ^2 \cdot \overline{BD} $ Odp. 48π.	1
7.	Obliczenie pola powierzchni całkowitej. $P = \pi \overline{AD} \cdot \overline{AC} + \pi \overline{AD} \cdot \overline{AB} $ Odp. $60\sqrt{3}\pi$. <i>Jeśli wyznaczone zostało pole powierzchni bocznej tylko jednego stożka przyznajemy 1 punkt.</i>	2

Zadanie 22.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie warunku jaki musi spełniać niewiadoma x. Odp. $\begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x > 0 \\ \log_9 x > 0 \end{cases}$	1
2.	Wyznaczenie dziedziny równania. Odp. $x \in (1, +\infty)$.	1
3.	Zapisanie równania w postaci $\log_9(\log_9 x)^2 = \log_9(\log_3 x).$ <i>Za zastosowanie twierdzenia o zamianie podstaw – 1 punkt.</i>	2
4.	Zapisanie równania w postaci $(\log_9 x)^2 - \log_3 x = 0$.	1
5.	Zapisanie równania w postaci $(\log_9 x)^2 - 2\log_9 x = 0$.	1
6.	Wyznaczenie rozwiązań równania $(\log_9 x)^2 - 2\log_9 x = 0.$ Odp. $x = 1$ lub $x = 81$. <i>Zapisanie w postaci $(\log_9 x - 2)\log_9 x = 0$ - 1 punkt.</i> <i>Zapisanie alternatywy: $\log_9 x = 0$ lub $\log_9 x = 2$ - 1 punkt.</i> <i>Wyznaczenie rozwiązań równania - 1 punkt.</i>	3
7.	Wyznaczenie rozwiązań równania $\log_3(\log_9 x) = \log_9(\log_3 x).$ Odp. $x = 81$.	1

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną od przedstawionej w schemacie punktowania metodą zgodną z poleceniem przyznajemy maksymalną liczbę punktów.