

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Fizyka
<i>Poziom:</i>	Poziom rozszerzony
<i>Formy arkusza:</i>	EFAP-R0-100, EFAP-R0-200, EFAP-R0-300, EFAP-R0-700
<i>Termin egzaminu:</i>	13 czerwca 2024 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	14 czerwca 2024 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPF

Zadanie 1.2. (0–4)

Zasady oceniania¹

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku dróg **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

3 pkt – spełnienie warunku opisanego w pierwszym lub drugim kryterium za 2 pkt **oraz** zapisanie stosunku dróg jako odpowiedniego stosunku prędkości **oraz** powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątową deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i^2 = 2as_i \quad \text{oraz} \quad s_1:s_2:s_3 = v_1^2:v_2^2:v_3^2 \quad \text{oraz} \quad v_i = \omega r_i$$

2 pkt – zapisanie kinematycznego równania ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyspieszenie **oraz** zapisanie II zasady dynamiki z uwzględnieniem wzoru na siłę tarcia (albo zapisanie od razu wartości przyspieszenia), np. zapisy równoważne poniższym:

$$(v_i^2 = 2a_i s_i \quad \text{oraz} \quad m_i a_i = \mu m_i g) \quad \text{albo} \quad (v_i^2 = 2a_i s_i \quad \text{oraz} \quad a_i = \mu g)$$

LUB

– zapisanie kinematycznego równania ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyspieszenie **oraz** zapisanie/wyrażenie faktu (słownie lub symbolem), że przyspieszenie każdej z monet jest takie samo, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(v_i^2 = 2a_i s_i \quad \text{oraz} \quad a_i = a)$$

LUB

– powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątową deseczki i odległością od osi obrotu **oraz** wyrażenie stosunku prędkości poprzez stosunek tych odległości, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i = \omega r_i \quad \text{oraz} \quad v_1:v_2:v_3 = 1:2:3$$

¹ Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

- 1 pkt – powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątową deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i = \omega r_i$$

LUB

- zapisanie kinematycznego równania ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyspieszenie, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i^2 = 2a_i s_i$$

Uwaga! w tym kryterium nie wymaga się stwierdzenia/zapisów, że przyspieszenie każdej z monet jest takie samo.

LUB

- zapisanie II zasady dynamiki z uwzględnieniem wzoru na siłę tarcia albo zapisanie od razu wartości przyspieszenia

$$m_i a_i = \mu m_i g \quad \text{albo} \quad a_i = \mu g$$

LUB

- zapisanie słownie, że przyspieszenie każdej z monet ma tę samą wartość (nie jest wymagane uzasadnienie).

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 4 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku dróg **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

- 3 pkt – spełnienie warunku opisanego w pierwszym lub drugim kryterium za 2 pkt **oraz** zapisanie stosunku dróg jako odpowiedniego stosunku prędkości, **oraz** powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątową deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i^2 = 2a_i s_i \quad \text{oraz} \quad s_1 : s_2 : s_3 = v_1^2 : v_2^2 : v_3^2 \quad \text{oraz} \quad v_i = \omega r_i$$

- 2 pkt – zapisanie związku między pracą siły wypadkowej a zmianą energii kinetycznej monety **oraz** wykorzystanie wzoru na pracę i energię kinetyczną, **oraz** identyfikacja siły wypadkowej działającej na monetę jako siły tarcia, **oraz** zastosowanie wzoru na siłę tarcia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{1}{2} m_i v_i^2 = T_i \cdot s_i \quad \text{oraz} \quad T_i = \mu m_i g \right) \quad \text{albo} \quad \left(\frac{1}{2} m_i v_i^2 = \mu m_i g \cdot s_i \right)$$

LUB

- zapisanie związku między pracą siły wypadkowej a zmianą energii kinetycznej monety **oraz** wykorzystanie wzoru na pracę i energię kinetyczną, **oraz** identyfikacja siły wypadkowej działającej na monetę jako siły tarcia, **oraz** zapisanie/wyrażenie faktu (słownie lub symbolem), że siła tarcia działająca na każdą z monet jest taka sama, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{1}{2} m_i v_i^2 = T_i \cdot s_i \quad \text{oraz} \quad T_i = T \right)$$

LUB

- powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątową deseczki i odległością od osi obrotu **oraz** wyrażenie stosunku prędkości poprzez stosunek tych odległości, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i = \omega r_i \quad \text{oraz} \quad v_1 : v_2 : v_3 = 1 : 2 : 3$$

- 1 pkt – powiązanie prędkości liniowej i-tej monety z prędkością kątową deseczki i odległością od osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_i = \omega r_i$$

LUB

- zapisanie związku między pracą siły wypadkowej a zmianą energii kinetycznej monety (bez konieczności identyfikacji siły wypadkowej jako siły tarcia) **oraz** wykorzystanie wzoru na pracę i energię kinetyczną, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2} m_i v_i^2 = F_{wi} \cdot s_i \quad \text{albo} \quad \frac{1}{2} m_i v_i^2 = m_i a_i \cdot s_i$$

Uwaga! w tym kryterium nie wymaga się stwierdzenia/zapisów, że przyspieszenie każdej z monet jest takie samo lub, że siła wypadkowa działająca na każdą z monet jest taka sama.

LUB

- identyfikacja siły wypadkowej działającej na monetę jako siły tarcia **oraz** zastosowanie wzoru na siłę tarcia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{wi} = T_i = \mu m_i g$$

LUB

- zapisanie słownie, że siła tarcia działająca na każdą z monet lub przyspieszenie każdej z monet ma tę samą wartość (nie jest wymagane uzasadnienie).

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania²

Sposób 1.

Zapiszemy II zasadę dynamiki, żeby określić jakie przyspieszenie ma i-ta moneta. Siła wypadkowa działająca na monetę od momentu zatrzymania się deseczki jest równa sile tarcia, zatem:

$$1) \quad m_i a_i = T_i \quad \rightarrow \quad 1a) \quad m_i a_i = \mu m_i g \quad \rightarrow \quad 1b) \quad a_i = \mu g$$

Zatem, zgodnie z 1b), przyspieszenie każdej z monet jest takie samo:

$$2) \quad a_1 = a_2 = a_3 = \mu g = a$$

Powiążemy drogę, jaką przebyła i-ta moneta z prędkością początkową, którą miała moneta w momencie zatrzymania się deseczki. Wykorzystamy kinematyczne równanie ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem, wiążącego prędkość początkową i-tej monety, drogę jaką przebyła i przyspieszenie:

$$3a) \quad v_i^2 = 2 a_i s_i \quad \rightarrow \quad 3b) \quad v_i^2 = 2 a s_i$$

² Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania.

Zapiszemy szukany stosunek dróg z wykorzystaniem równania 3b), tzn. zapiszemy proporcję równoważną:

$$4) s_1:s_2:s_3 = v_1^2:v_2^2:v_3^2$$

Powiązemy prędkość liniową i-tej monety z prędkością kątową deseczki oraz z odległością monety od osi obrotu:

$$5) v_i = \omega r_i$$

Wzór 5) podstawimy do proporcji 4) i zapiszemy proporcję równoważną:

$$6) s_1:s_2:s_3 = r_1^2:r_2^2:r_3^2$$

Wykorzystamy dane z zadania i zapiszemy wynik:

$$7) s_1:s_2:s_3 = 1^2:2^2:3^2 = 1:4:9$$

Sposób 2.

Zastosujemy związek między zmianą energii kinetycznej oraz pracą siły wypadkowej dla przypadku ruchu i-tej monety po stole aż do zatrzymania. Siła wypadkowa działająca na i-tą monetę jest równa sile tarcia. Zapiszemy oba związki i zastosujemy wzór na siłę tarcia:

$$1) \Delta E_{kin} = -T_i \cdot s_i \quad \text{oraz} \quad 2) T_i = -\mu m_i g \quad \text{oraz} \quad 3) v_{ki} = 0$$

Zatem z zależności 1) i 2) i 3) wynika:

$$4a) 0 - \frac{1}{2} m_i v_i^2 = -\mu m_i g \cdot s_i \quad \rightarrow \quad 4b) \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \mu m_i g \cdot s_i$$

Z zależności 4a) lub 4b) wynika, że:

$$5a) v_i^2 = 2\mu g \cdot s_i \quad \rightarrow \quad 5b) v_i^2 \propto s_i$$

Zależności 5a) lub 5b) wyrażają proporcję prostą między kwadratem prędkości początkowej monety a drogą przebytą przez daną monetę. Zatem można zapisać proporcję równoważną:

$$6) s_1:s_2:s_3 = v_1^2:v_2^2:v_3^2$$

Powiązemy prędkość liniową i-tej monety z prędkością kątową deseczki oraz z odległością monety od osi obrotu:

$$7) v_i = \omega r_i$$

Wzór 7) wykorzystamy w proporcji 6) i zapiszemy proporcję równoważną:

$$8) s_1:s_2:s_3 = r_1^2:r_2^2:r_3^2$$

Wykorzystamy dane z zadania i zapiszemy wynik:

$$9) s_1:s_2:s_3 = 1^2:2^2:3^2 = 1:4:9$$

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektorów sił $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ i $\vec{F}_C$ zaczepionych odpowiednio w punktach A , B i C z poprawnym uwzględnieniem kierunków i zwrotów tych wektorów.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

A diagram of a horizontal beam of length l supported by two vertical pillars. The left pillar is at point A and the right pillar is at point B . A third point C is marked on the beam between B and the right end. A force $\vec{F}_A$ acts downwards at A , a force $\vec{F}_B$ acts upwards at B , and a force $\vec{F}_C$ acts downwards at C . A downward arrow labeled $\vec{g}$ indicates the direction of gravity. The background features a grid.

Zadanie 2.2. (0–3)**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne zapisanie równań opisujących warunki równowagi belki, prawidłowe rozwiązanie układu tych równań i podanie wyników liczbowych z jednostkami:

$|F_A| \approx 470 \text{ N}$ oraz $|F_B| \approx 1646 \text{ N}$ (wynik może być podany bez wartości bezwzględnej i zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących).

2 pkt – poprawne zapisanie równania równowagi momentów sił (z prawidłową identyfikacją wielkości: sił i ramion tych sił) względem dowolnego punktu belki oraz zapisanie poprawnego równania równowagi sił

LUB

– poprawne zapisanie dwóch równań równowagi momentów sił (z prawidłową identyfikacją wielkości: sił i ramion tych sił) względem dwóch różnych punktów belki (np. jak w sposobie 4.).

Uwaga! Znaki określające zwroty sił w równaniach mogą być przyjęte dowolnie, natomiast muszą być konsekwentnie stosowane.

1 pkt – zapisanie poprawnego równania równowagi momentów sił względem dowolnego punktu belki łącznie z prawidłową identyfikacją sił i ich ramion (np. pierwsze równanie w kroku 1. w sposobach 1.–3.).

Uwaga! Znaki określające zwroty sił w równaniu równowagi momentów sił mogą być przyjęte dowolnie.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wartość siły $\vec{F}_C$ oznaczamy jako F_g .

Sposób 1.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu B) oraz równanie równowagi sił:

$$F_A \cdot |AB| = F_g \cdot |BC| \quad F_g + F_A = F_B \quad \text{oraz} \quad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_A \cdot 1 \text{ m} = 1176 \text{ N} \cdot 0,4 \text{ m} \quad 1176 \text{ N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy oba równania:

$$\begin{cases} F_A = 470,4 \text{ N} \\ 1176 \text{ N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_A = 470,4 \text{ N} \\ 1176 \text{ N} + 470,4 \text{ N} = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_A = 470,4 \text{ N} \\ F_B = 1646,4 \text{ N} \end{cases}$$

Sposób 2.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu A) oraz równanie równowagi sił:

$$F_B \cdot |AB| = F_g \cdot |AC| \quad F_g + F_A = F_B \quad \text{oraz} \quad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 1 \text{ m} = 1176 \text{ N} \cdot 1,4 \text{ m} \quad 1176 \text{ N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy oba równania:

$$\begin{cases} F_B = 1646,4 \text{ N} \\ 1176 \text{ N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646,4 \text{ N} \\ 1176 \text{ N} + F_A = 1646,4 \text{ N} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646,4 \text{ N} \\ F_A = 470,4 \text{ N} \end{cases}$$

Sposób 3.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu C) oraz równanie równowagi sił:

$$F_B \cdot |CB| = F_A \cdot |CA| \quad F_g + F_A = F_B \quad \text{oraz} \quad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 0,4 \text{ m} = F_A \cdot 1,4 \text{ m} \quad 1176 \text{ N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_B = 3,5 \cdot F_A \\ 1176 \text{ N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 3,5 \cdot F_A \\ 1176 \text{ N} + F_A = 3,5 \cdot F_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_B = 3,5 \cdot F_A \\ 1176 \text{ N} = 2,5 \cdot F_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646,4 \text{ N} \\ F_A = 470,4 \text{ N} \end{cases}$$

Sposób 4.

Krok 1. Zapiszemy dwa równania równowagi momentów sił (względem punktu C oraz względem punktu B):

$$F_B \cdot |CB| = F_A \cdot |CA| \quad F_A \cdot |AB| = F_g \cdot |CB| \quad \text{oraz} \quad F_g = mg$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 0,4 \text{ m} = F_A \cdot 1,4 \text{ m} \quad F_A \cdot 1 \text{ m} = 1176 \text{ N} \cdot 0,4 \text{ m}$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_B = 3,5 \cdot F_A \\ F_A = 470,4 \text{ N} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 1646,4 \text{ N} \\ F_A = 470,4 \text{ N} \end{cases}$$

Zadanie 3.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FFP

Zadanie 3.2. (0–2)**Zasady oceniania**

- 2 pkt – poprawne dokończenie dwóch zdań.
 1 pkt – poprawne dokończenie jednego zdania.
 0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

- Maksymalna wartość siły wypadkowej działającej na ciało C podczas opisanego ruchu drgającego wynosi **0,025** N.
- Częstotliwość drgań ciała C jest równa **0,3125** Hz.

Zadanie 3.3. (0–3)**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości w chwili $t = 0,8$ s oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – zauważenie i zapisanie (słownie lub wzorami), że w chwili $t = 0,8$ s, gdy przyspieszenie jest równe zero, to prędkość jest maksymalna **oraz** wyprowadzenie (lub bezpośrednie zapisanie) związku między prędkością maksymalną a przyspieszeniem maksymalnym i okresem/częstotliwością/częstotliwością kątową.

$$v_x(t = 0,8 \text{ s}) = v_{x \max} \quad \text{oraz} \quad a_{x \max} = \omega v_{x \max}$$

1 pkt – zauważenie i zapisanie (słownie lub wzorami), że w chwili $t = 0,8$ s, gdy przyspieszenie jest równe zero, to prędkość jest maksymalna, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_x(t = 0,8 \text{ s}) = v_{x \max}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Zauważmy, że w chwili $t = 0,8$ s przyspieszenie ciężarka jest równe zero. Zatem ciężarek przechodzi przez położenie równowagi sił i jego prędkość jest maksymalna:

$$a_x(t = 0,8 \text{ s}) = 0 \quad \rightarrow \quad v_x(t = 0,8 \text{ s}) = v_{x \max}$$

Wykorzystamy związki pomiędzy prędkością maksymalną a amplitudą drgań i częstością oraz pomiędzy przyspieszeniem maksymalnym a amplitudą drgań i częstością. Z tych związków wyprowadzimy zależność między prędkością maksymalną a przyspieszeniem maksymalnym i częstością:

$$(v_{x \max} = \omega x_{\max} \quad \text{oraz} \quad a_{x \max} = \omega^2 x_{\max}) \rightarrow a_{x \max} = \omega v_{x \max}$$

Obliczymy prędkość maksymalną:

$$v_{x \max} = \frac{a_{x \max}}{\omega} \quad \rightarrow \quad v_{x \max} \approx \frac{0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{2 \cdot 3,142}{3,2 \text{ s}}} \approx 0,13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 4.1. (0–2)**Zasady oceniania**

- 2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu prędkości satelity D i pierwszej prędkości kosmicznej oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.
- 1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na satelitę D jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyspieszenie dośrodkowe jako przyspieszenie grawitacyjne) **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyspieszenia) **oraz** analogiczne zapisy dla ciała poruszającego się po orbicie o promieniu R_Z , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_D^2}{r_D} = \frac{GmM_Z}{r_D^2} \quad \text{oraz} \quad \frac{mv_I^2}{R_Z} = \frac{GmM_Z}{R_Z^2}$$

LUB

- skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną satelity D **oraz** skorzystanie ze wzoru na pierwszą prędkość kosmiczną:

$$v_D = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}} \quad \text{oraz} \quad v_I = \sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}}$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wyprowadzimy wzór na prędkość, z jaką satelita D porusza się po orbicie. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji działającą na D jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły, następnie wyznaczmy prędkość:

$$\frac{mv_D^2}{r_D} = \frac{GmM_Z}{r_D^2} \quad \rightarrow \quad v_D = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}}$$

Podobnie wyprowadzamy wzór na pierwszą prędkość kosmiczną – czyli prędkość orbitalną, dla orbity o promieniu R_Z :

$$\frac{mv_I^2}{R_Z} = \frac{GmM_Z}{R_Z^2} \quad \rightarrow \quad v_I = \sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}}$$

Obliczymy iloraz prędkości satelity D oraz pierwszej prędkości kosmicznej:

$$\frac{v_D}{v_I} = \frac{\sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}}}{\sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}}} = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_D}} \cdot \sqrt{\frac{R_Z}{GM_Z}} = \sqrt{\frac{GM_Z}{9R_Z}} \cdot \sqrt{\frac{R_Z}{GM_Z}} = \frac{1}{3}$$

Zadanie 4.2. (0–2)**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu okresów oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera dla satelity C i D z poprawnie oznaczonymi wielkościami lub podstawionymi danymi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{r_C^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3} \quad \text{albo} \quad \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^2 = 0,45^3$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Oba satelity C i D obiegają Ziemię – wspólne centrum grawitacyjne. Zatem iloraz okresów obliczymy z III prawa Keplera:

$$\begin{aligned} \frac{T_C^2}{r_C^3} &= \frac{T_D^2}{r_D^3} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^2 = \left(\frac{r_C}{r_D}\right)^3 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^2 = 0,45^3 \\ \frac{T_C}{T_D} &= \sqrt{0,45^3} = \sqrt{0,45 \cdot 0,45 \cdot 0,45} = 0,3018 \dots \approx 0,30 \end{aligned}$$

Zadanie 4.3. (0–2)**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPP

Zadanie 5. (0–2)**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FPF

Zadanie 6.1. (0–3)

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawne wpisanie relacji w trzech nierównościach.
- 2 pkt – poprawne wpisanie relacji w dwóch nierównościach.
- 1 pkt – poprawne wpisanie relacji w jednej nierówności.
- 0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

1. $\Delta T_{AB} \dots\dots\dots < \dots\dots\dots \Delta T_{BC}$
2. $|W_{BC}| \dots\dots\dots > \dots\dots\dots |W_{DA}|$
3. $|\Delta U_{AB}| \dots\dots\dots < \dots\dots\dots |\Delta U_{CD}|$

Zadanie 6.2. (0–1)

Zasady oceniania

- 1 pkt – poprawne dokończenie zdania.
- 0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Sposób 1.

Dla ilorazu $\frac{p_x}{p_1} = \frac{7}{2}$, praca całkowita (tzw. praca użyteczna) wykonana w cyklu stanowi ...20.0% pobranego ciepła w cyklu.

Sposób 2.

Dla ilorazu $\frac{p_x}{p_1} = \frac{7}{2}$, praca całkowita (tzw. praca użyteczna) wykonana w cyklu stanowi $\frac{1}{5}$... pobranego ciepła w cyklu.

Sposób 3.

Dla ilorazu $\frac{p_x}{p_1} = \frac{7}{2}$, praca całkowita (tzw. praca użyteczna) wykonana w cyklu stanowi0,2... pobranego ciepła w cyklu.

Zadanie 6.3. (0–4)**Zasady oceniania**

- 4 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na sprawność cyklu oraz podanie prawidłowego wyniku wynikającego z wyprowadzenia.
- 3 pkt – zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie pracy całkowitej jako różnicy pracy siły parcia w przemianie $B \rightarrow C$ i pracy przeciwko sile parcia w przemianie $D \rightarrow A$ (lub jako pola figury ograniczonej krzywą cyklu), **oraz** zapisanie ciepła pobranego jako sumy ciepł pobranych w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$, **oraz** wykorzystanie wzorów na pracę w przemianach izobarycznych, **oraz** wykorzystanie wzorów na ciepła w przemianach izochorycznej i izobarycznej, **oraz** wykorzystanie równania stanu do obliczenia różnic temperatur ΔT_{AB} i ΔT_{BC} , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{\text{calkowita}}}{Q_{\text{pobrane}}} \quad \text{oraz}$$

$$W_{\text{calkowita}} = p_x(2V_1 - V_1) - p_1(2V_1 - V_1) \quad \text{oraz}$$

$$Q_{\text{pobrane}} = n \frac{3}{2} R \Delta T_{AB} + n \frac{5}{2} R \Delta T_{BC} \quad \text{oraz}$$

$$\Delta p_{AB} V_1 = n R \Delta T_{AB} \quad p_x \Delta V_{BC} = n R \Delta T_{BC}$$

- 2 pkt – zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie pracy całkowitej jako różnicy pracy siły parcia w przemianie $B \rightarrow C$ i pracy przeciwko sile parcia w przemianie $D \rightarrow A$ (lub jako pola figury ograniczonej krzywą cyklu), **oraz** zapisanie ciepła pobranego jako sumy ciepł pobranych w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$, **oraz** wykorzystanie wzorów na pracę w przemianach izobarycznych **oraz** wykorzystanie wzorów na ciepła w przemianach izochorycznej i izobarycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{\text{calkowita}}}{Q_{\text{pobrane}}} \quad \text{oraz}$$

$$W_{\text{calkowita}} = p_x \Delta V_{BC} - p_1 \Delta V_{DA} \quad \text{oraz}$$

$$Q_{\text{pobrane}} = n \frac{3}{2} R \Delta T_{AB} + n \frac{5}{2} R \Delta T_{BC}$$

- 1 pkt – zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie pracy całkowitej jako różnicy pracy siły parcia w przemianie $B \rightarrow C$ i pracy przeciwko sile parcia w przemianie $D \rightarrow A$ (lub jako pola figury ograniczonej krzywą cyklu), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{\text{calkowita}}}{Q_{\text{pobrane}}} \quad \text{oraz} \quad W_{\text{calkowita}} = |W_{BC}| - |W_{DA}|$$

LUB

- zapisanie wzoru na sprawność silnika cieplnego **oraz** zapisanie ciepła pobranego jako sumy ciepł pobranych w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\eta = \frac{W_{\text{calkowita}}}{Q_{\text{pobrane}}} \quad \text{oraz} \quad Q_{\text{pobrane}} = Q_{AB} + Q_{BC}$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy definicję sprawności silnika cieplnego:

$$1) \quad \eta = \frac{W_{\text{całkowita}}}{Q_{\text{pobrane}}}$$

Praca całkowita jest równa różnicy wartości bezwzględnych prac podczas rozprężania izobarycznego i sprężania izobarycznego:

$$2) \quad W_{\text{całkowita}} = |W_{BC}| - |W_{DA}| \rightarrow W_{\text{całk}} = p_x(2V_1 - V_1) - p_1(2V_1 - V_1)$$

$$2a) \quad W_{\text{całkowita}} = (p_x - p_1)V_1$$

Ciepło pobrane z otoczenia w cyklu jest równe sumie ciepł pobranych z otoczenia w przemianach $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$:

$$3) \quad Q_{\text{pobrane}} = Q_{AB} + Q_{BC}$$

Wykorzystamy wzory na ciepła w przemianach izochorycznej oraz izobarycznej:

$$4) \quad Q_{\text{pobrane}} = nC_V\Delta T_{AB} + nC_p\Delta T_{BC}$$

Wykorzystamy związek między ciepłem molowym przy stałej objętości a ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu:

$$5) \quad C_p = C_V + R \quad \text{zatem}$$

$$6) \quad Q_{\text{pobrane}} = n\frac{3}{2}R\Delta T_{AB} + n\frac{5}{2}R\Delta T_{BC}$$

Wykorzystamy związki wynikające z równania stanu gazu doskonałego oraz własności przemiany izochorycznej $A \rightarrow B$ oraz własności przemiany izobarycznej $B \rightarrow C$:

$$7) \quad pV = nRT \quad \text{zatem}$$

$$8) \quad \Delta p_{AB}V_1 = nR\Delta T_{AB}$$

$$9) \quad p_x\Delta V_{BC} = nR\Delta T_{BC}$$

Związki 8) i 9) podstawimy do równania 6):

$$10) \quad Q_{\text{pobrane}} = \frac{3}{2}\Delta p_{AB}V_1 + \frac{5}{2}p_x\Delta V_{BC}$$

$$10a) \quad Q_{\text{pobrane}} = \frac{3}{2}(p_x - p_1)V_1 + \frac{5}{2}p_xV_1 = \frac{8}{2}p_xV_1 - \frac{3}{2}p_1V_1$$

Wyniki otrzymane w 10a) oraz 2a) podstawimy do wzoru 1):

$$11) \quad \eta = \frac{(p_x - p_1)V_1}{\left(\frac{8}{2}p_x - \frac{3}{2}p_1\right)V_1} = \frac{p_x - p_1}{\frac{8}{2}p_x - \frac{3}{2}p_1} = \frac{2p_x - 2p_1}{8p_x - 3p_1}$$

Zadanie 7.1. (0–1)**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PP

Zadanie 7.2. (0–4)**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ogniskowej soczewki oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

3 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań soczewki (z uwzględnieniem odpowiednich znaków i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny **oraz** gdy wytwarza obraz rzeczywisty **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie związku między położeniem obrazu pozornego i obrazu rzeczywistego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8 \text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{12 \text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{|y_1|}{8 \text{ cm}} = \frac{|y_2|}{12 \text{ cm}}$$

albo

$$\frac{1}{8 \text{ cm}} - \frac{1}{k \cdot 8 \text{ cm}} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{12 \text{ cm}} + \frac{1}{k \cdot 12 \text{ cm}} = \frac{1}{f}$$

2 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań soczewki (z uwzględnieniem odpowiednich znaków i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny **oraz** gdy wytwarza obraz rzeczywisty, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8 \text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{12 \text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f}$$

LUB

– poprawne zapisanie równania soczewki (z uwzględnieniem odpowiedniego znaku i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny albo rzeczywisty **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie związku między położeniem obrazu pozornego i obrazu rzeczywistego np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8 \text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{|y_1|}{8 \text{ cm}} = \frac{|y_2|}{12 \text{ cm}} \text{ lub } (|y_1| = k \cdot 8 \text{ cm i } |y_2| = k \cdot 12 \text{ cm}) \right)$$

albo

$$\frac{1}{12 \text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{|y_1|}{8 \text{ cm}} = \frac{|y_2|}{12 \text{ cm}} \text{ lub } (|y_1| = k \cdot 8 \text{ cm i } |y_2| = k \cdot 12 \text{ cm}) \right)$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania soczewki (z uwzględnieniem odpowiedniego znaku i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz pozorny, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{8 \text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f}$$

LUB

- poprawne zapisanie równania soczewki (z uwzględnieniem odpowiedniego znaku i położenia przedmiotu), gdy wytwarza ona obraz rzeczywisty, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{12 \text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f}$$

LUB

- poprawne zapisanie związku między położeniem obrazu pozornego i obrazu rzeczywistego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{|y_1|}{8 \text{ cm}} = \frac{|y_2|}{12 \text{ cm}}$$

albo

$$|y_1| = k \cdot 8 \text{ cm} \quad \text{i} \quad |y_2| = k \cdot 12 \text{ cm}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Ponieważ wysokości obrazu pozornego i rzeczywistego tego samego przedmiotu są takie same, to powiększenia obrazu pozornego i rzeczywistego są takie same, zatem:

$$|y_1| = k|x_1| \quad \text{oraz} \quad |y_2| = k|x_2|$$

Zapiszemy równania soczewki w sytuacji 1., gdy wytwarza obraz pozorny oraz w sytuacji 2., gdy wytwarza obraz rzeczywisty. Dla uproszczenia zapisu pomijamy „cm”:

$$\begin{cases} 1) \quad \frac{1}{8} - \frac{1}{k \cdot 8} = \frac{1}{f} \\ 2) \quad \frac{1}{12} + \frac{1}{k \cdot 12} = \frac{1}{f} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{8} - \frac{2}{k \cdot 8} = \frac{2}{f} \\ \frac{3}{12} + \frac{3}{k \cdot 12} = \frac{3}{f} \end{cases} \rightarrow \frac{2}{8} + \frac{3}{12} = \frac{2}{f} + \frac{3}{f}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{f} \rightarrow f = 10 \text{ cm}$$

Sposób 2.

Zapiszemy równanie soczewki w sytuacji 1., gdy wytwarza ona obraz pozorny:

$$1) \quad \frac{1}{|x_1|} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad x_1 = 8 \text{ cm} \rightarrow 1a) \quad \frac{1}{8 \text{ cm}} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f}$$

Zapiszemy równanie soczewki w sytuacji 2., gdy wytwarza ona obraz rzeczywisty:

$$2) \quad \frac{1}{|x_2|} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad x_2 = 12 \text{ cm} \rightarrow 2a) \quad \frac{1}{12 \text{ cm}} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f}$$

Wykorzystamy informację o tym, że obrazy przedmiotu dla obu położen mają tę samą wysokość:

$$h_{obrazu1} = h_{obrazu2} \quad \text{oraz} \quad \frac{h_{obrazu1}}{h_{przedmiotu}} = \frac{|y_1|}{|x_1|} \quad \text{oraz} \quad \frac{h_{obrazu2}}{h_{przedmiotu}} = \frac{|y_2|}{|x_2|}$$

zatem:

$$3) \quad \frac{|y_1|}{|x_1|} = \frac{|y_2|}{|x_2|}$$

Z równań 1a), 2a), 3) obliczymy f :

$$\begin{cases} \frac{1}{8} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{12} + \frac{1}{|y_2|} = \frac{1}{f} \\ \frac{|y_1|}{8} = \frac{|y_2|}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{8} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{12} + \frac{1}{\frac{12}{8}|y_1|} = \frac{1}{f} \end{cases} \rightarrow \frac{1}{8} - \frac{1}{|y_1|} = \frac{1}{12} + \frac{8}{12|y_1|}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12|y_1|} + \frac{1}{|y_1|} \rightarrow \frac{4}{8 \cdot 12} = \frac{20}{12|y_1|} \rightarrow$$

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{|y_1|} \rightarrow |y_1| = 40 \text{ cm.}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{8} - \frac{1}{40} = \frac{5}{40} - \frac{1}{40} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

$$f = 10 \text{ cm}$$

Zadanie 7.3. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia obrazu $O'P'$ przedmiotu OP oraz poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia przedmiotu OP .

1 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia obrazu $O'P'$ przedmiotu OP (np. krok 1. Sposób 1.)

LUB

– poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia przedmiotu OP (np. krok 1. Sposób 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

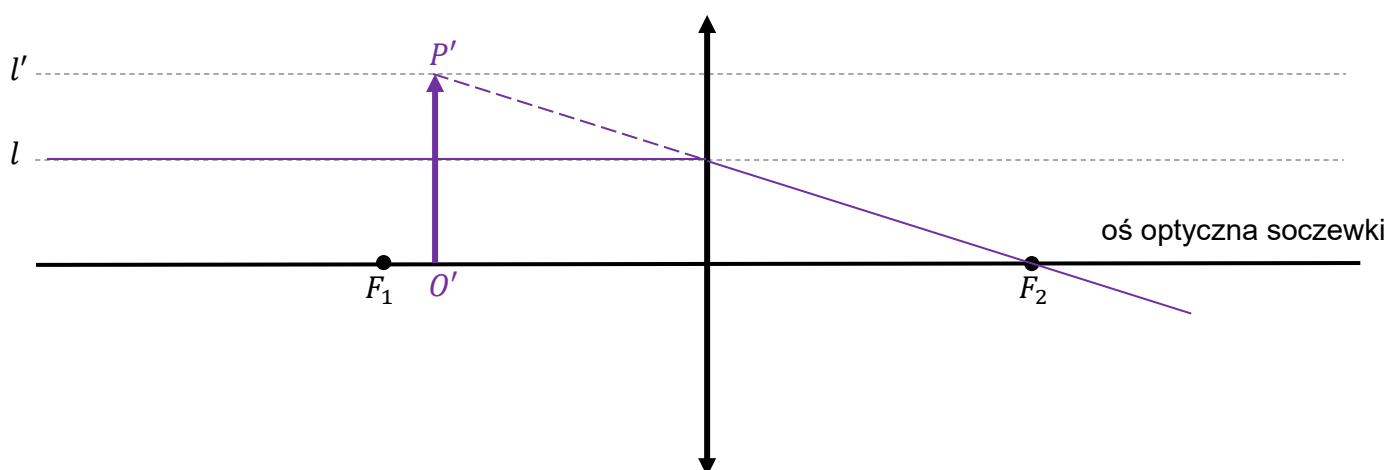
Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Krok 1. (wyznaczenie konstrukcyjne obrazu strzałki $O'P'$)

Promień równoległy do osi optycznej, wychodzący z P , biegnie wzdłuż linii l i przechodzi przez soczewkę na wysokości linii l , następnie załamuje się i przechodzi dalej przez ognisko F_2 . Przedłużenie tego promienia (od strony przedmiotu) przecina linię l' w punkcie P' .

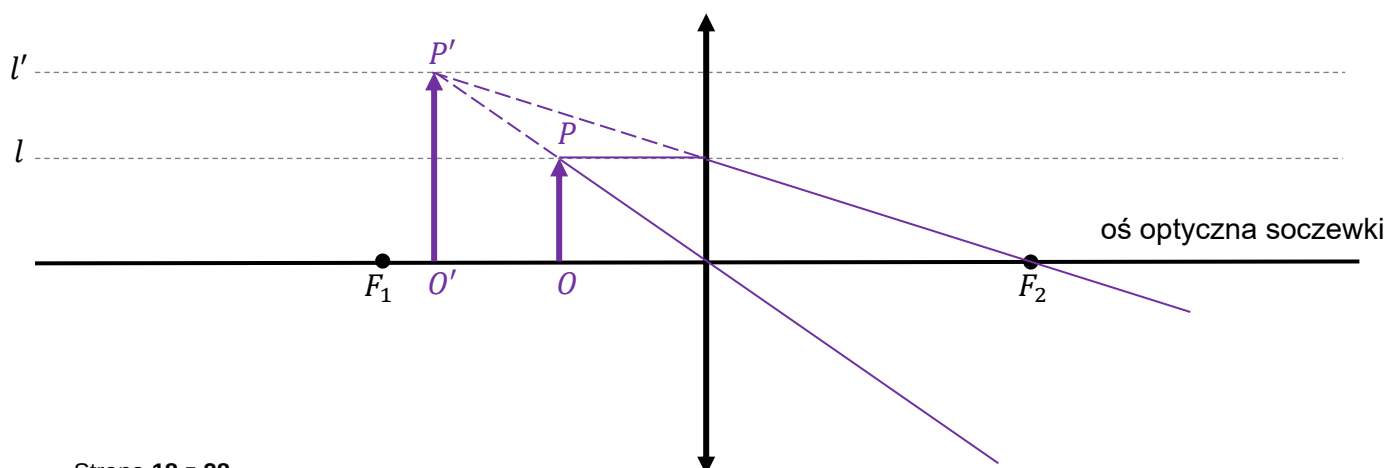
Rysujemy fragment tego promienia, jego przedłużenie, punkt P' i obraz strzałki.

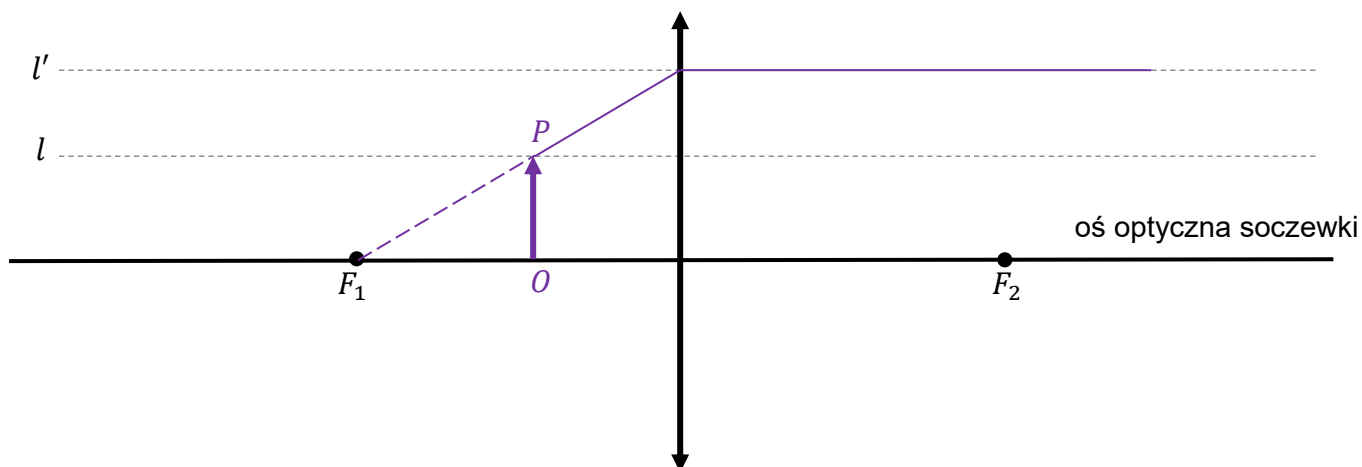
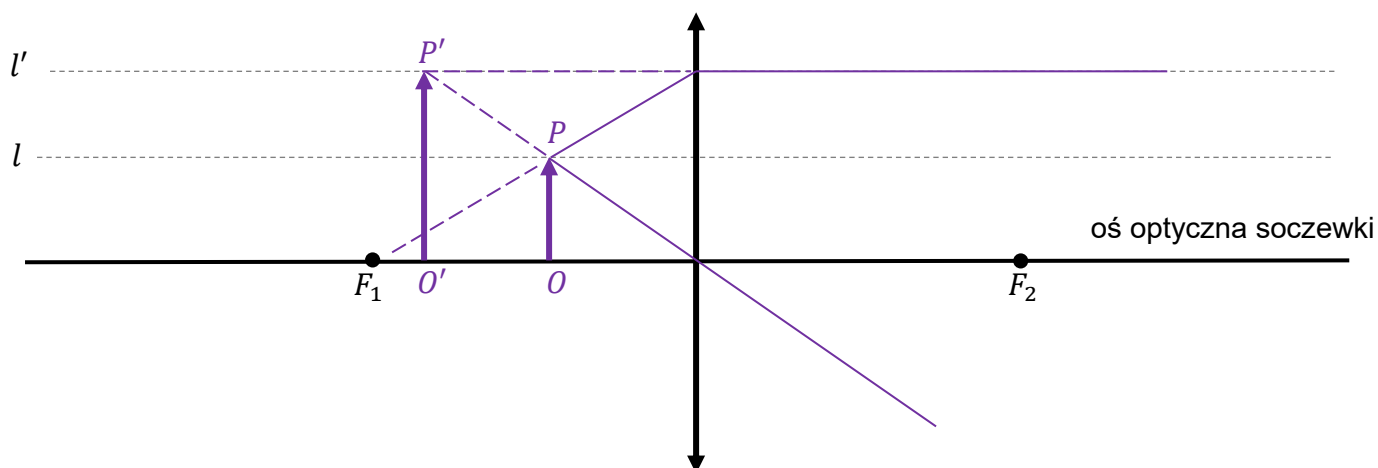
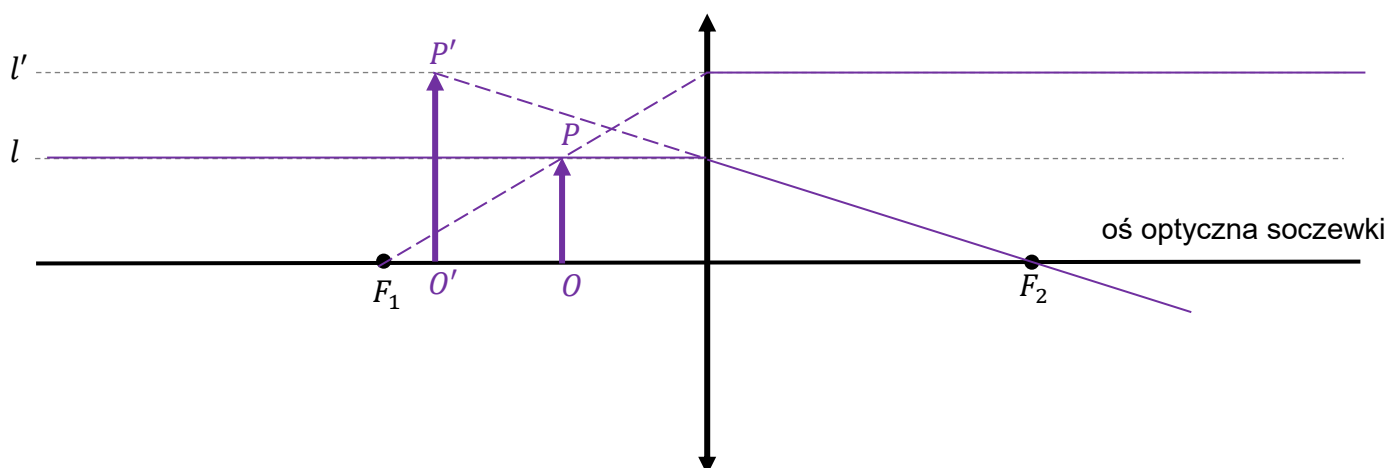


Krok 2. (wyznaczenie konstrukcyjne strzałki OP)

Jeden z promieni charakterystycznych przechodzi przez środek soczewki oraz punkty P i P' .

Przecięcie tego promienia z linią l wyznacza punkt P .



Sposób 2.Krok 1. (wyznaczenie konstrukcyjne obrazu strzałki OP)Krok 2. (wyznaczenie konstrukcyjne obrazu strzałki $O'P'$)Sposób 3.

Zadanie 8.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A1

Zadanie 8.2. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości kulki w punkcie B oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

3 pkt – zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej **oraz** wykorzystanie wzoru na energię kinetyczną **oraz** uwzględnienie, że $E_{kinA} = 0$ J, **oraz** poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ (jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$ albo jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych (powiązanych z siłami)), np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \text{oraz}$$

$$(W_F = \text{Pole pod } F(r) \text{ albo } (W_F = -(E_{potB} - E_{potA}) \text{ i } E_{potA,B} = -Fr_{A,B}))$$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii **oraz** zastosowanie wzorów na energie kinetyczne i potencjalne elektryczne oraz powiązanie energii potencjalnych elektrycznych z siłami, np. zapisy równoważne poniższym:

$$0 + (-F_A \cdot r_A) = \frac{1}{2}mv_B^2 + (-F_B \cdot r_B)$$

2 pkt – zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej **oraz** wykorzystanie wzoru na energię kinetyczną **oraz** uwzględnienie, że $E_{kinA} = 0$ J, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = \frac{1}{2}mv_B^2$$

LUB

– zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej **oraz** poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ (jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$ albo jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych), np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \text{oraz} \quad (W_F = \text{Pole pod } F(r) \text{ albo } W_F = -(E_{potB} - E_{potA}))$$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii **oraz** zastosowanie wzorów na energie kinetyczne i potencjalne elektryczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$0 + \left(-\frac{k|q_1||q_2|}{r_A}\right) = \frac{1}{2}mv_B^2 + \left(-\frac{k|q_1||q_2|}{r_B}\right)$$

LUB

- poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ (jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$ albo jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych (powiązanych z siłami))
oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:

[metoda] $\rightarrow W_F = 20 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}$ (albo wynik przybliżony)

- 1 pkt – zapisanie związku pomiędzy pracą siły elektrycznej od A do B a zmianą energii kinetycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = E_{kinB} - E_{kinA}$$

LUB

- poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ jako pola pod wykresem $F(r)_{AB}$, np. zapisy równoważne poniższym (lub świadczące o obliczaniu pola):

$$W_F = \text{Pole pod } F(r)$$

LUB

- poprawna metoda obliczenia pracy siły $\vec{F}$ jako odpowiedniej różnicy energii potencjalnych elektrycznych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_F = -(E_{potB} - E_{potA})$$

LUB

- poprawne zapisanie zasady zachowania energii, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kinA} + E_{potA} = E_{kinB} + E_{potB}$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Wykorzystamy twierdzenie o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej dla naszego przypadku. Siłą wypadkową jest siła elektryczna: $\vec{F}_w = \vec{F}_{el}$, zatem:

$$1) \quad W_{F_{el}} = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \text{oraz} \quad E_{kinA} = 0 \text{ J} \quad \rightarrow \quad 2) \quad W_{F_{el}} = E_{kinB}$$

Wykorzystamy wzór na energię kinetyczną:

$$3) \quad W_{F_{el}} = \frac{1}{2} m v_B^2$$

Skorzystamy z twierdzenia, że praca siły na odcinku AB jest równa polu pod wykresem siły na tym odcinku. Pole oszacujemy następująco – figurę pod wykresem przybliżymy pięcioma trapezami prostokątnymi o wysokości dwóch krótkich (poziomo).

$$4) \quad W_{F_{el}} = \text{Pole pod } F(r) \\ \approx \left(\frac{1}{2} (8 + 5,5) \cdot 1 + \frac{1}{2} (5,5 + 4) \cdot 1 + \frac{1}{2} (4 + 3) \cdot 1 + \frac{1}{2} (3 + 2,5) \cdot 1 + \frac{1}{2} (2,5 + 2) \cdot 1 \right) \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot 10^{-2} \text{ m} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}$$

Wynik z 4) oraz masę kulki podstawimy do równania 3)

$$5) \quad 20 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot v_B^2 \quad \rightarrow \quad v_B^2 = 0,008 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$6) \quad v_B^2 = 0,008 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \quad \text{zatem} \quad v_B \approx 0,089 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2.

Wykorzystamy twierdzenie o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej dla naszego przypadku. Siłą wypadkową jest siła elektryczna: $\vec{F}_w = \vec{F}$, zatem:

$$1) \quad W_{F_{el}} = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \text{oraz} \quad E_{kinA} = 0 \text{ J} \quad \rightarrow \quad 2) \quad W_{F_{el}} = E_{kinB}$$

Wykorzystamy definicję energii potencjalnej elektrycznej: praca siły elektrycznej wzięta z minusem jest równa zmianie energii potencjalnej elektrycznej:

$$3) \quad -W_{F_{el}} = E_{potB} - E_{potA}$$

Zestawimy równania 2) i 3) w jedno (wyrażające tak naprawdę zasadę zachowania energii mechanicznej w polu elektrycznym):

$$4) \quad E_{kinB} = E_{potA} - E_{potB}$$

Zastosujemy wzory na energie potencjalne elektryczne i energie kinetyczne:

$$5) \quad \frac{1}{2}mv_B^2 = -\frac{k|q_1||q_2|}{r_A} - \left(-\frac{k|q_1||q_2|}{r_B}\right)$$

Energię potencjalną elektryczną ładunku w polu elektrycznym centralnym powiążemy z siłą działającą na ten ładunek:

$$6) \quad E_{pot} = -\frac{k|q_1||q_2|}{r} \quad F_{el} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad \rightarrow \quad 7) \quad E_{pot} = -F_{el} \cdot r$$

Związek 7) podstawimy do 5):

$$8) \quad \frac{1}{2}mv_B^2 = -F_A \cdot r_A - (-F_B \cdot r_B) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2 = F_B \cdot r_B - F_A \cdot r_A$$

$$9) \quad v_B = \sqrt{\frac{2}{m}(F_B \cdot r_B - F_A \cdot r_A)}$$

Do równania 9) podstawimy dane i wartości odczytane z wykresu:

$$9) \quad v_B = \sqrt{\frac{2}{0,005 \text{ kg}}(0,0008 \cdot 0,05 - 0,0002 \cdot 0,1) \text{ N} \cdot \text{m}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{0,005 \text{ kg}} \cdot 0,00002 \text{ N} \cdot \text{m}} \approx 0,08944 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,089 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 3.

Zastosujemy zasadę zachowania energii:

$$E_A = E_B \quad \rightarrow \quad E_{kinA} + E_{potA} = E_{kinB} + E_{potB}$$

Zastosujemy wzory na energię kinetyczną i potencjalną elektryczną. Energię potencjalną elektryczną ładunku w polu elektrycznym centralnym powiążemy z siłą działającą na ten ładunek:

$$E_{pot} = -\frac{k|q_1||q_2|}{r} \quad F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad \rightarrow \quad E_{pot} = -F \cdot r$$

Otrzymany związek podstawimy do równania powyżej:

$$0 - F_A \cdot r_A = \frac{1}{2} m v_B^2 - F_B \cdot r_B \quad \rightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{2}{m} (F_B \cdot r_B - F_A \cdot r_A)}$$

Do otrzymanego równania podstawimy dane i wartości odczytane z wykresu:

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{0,005 \text{ kg}} (0,0008 \cdot 0,05 - 0,0002 \cdot 0,1) \text{ N} \cdot \text{m}}$$

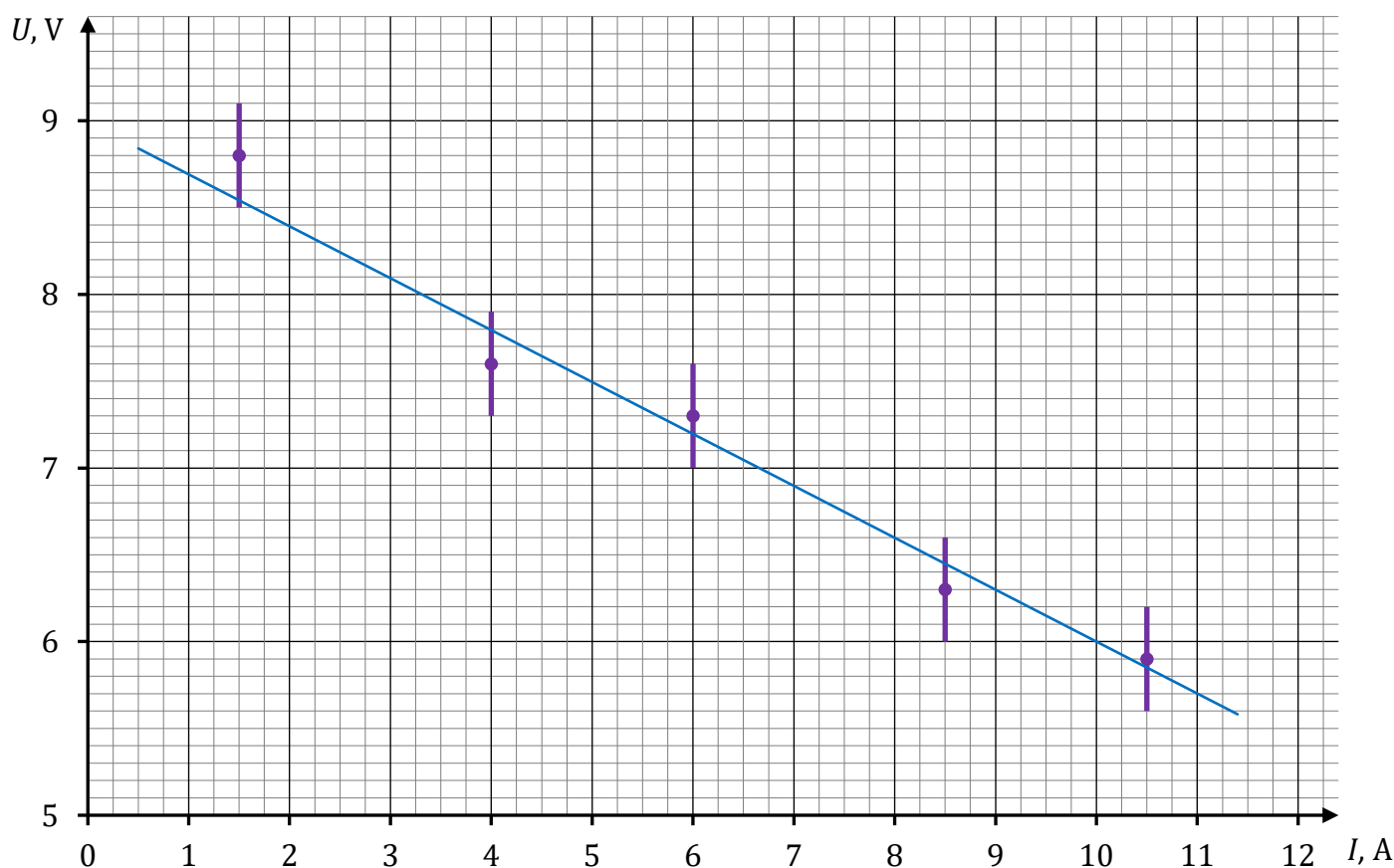
$$v_B = \sqrt{\frac{2}{0,005 \text{ kg}} \cdot 0,00002 \text{ N} \cdot \text{m}} \approx 0,08944 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,089 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 9.1. (0–2)

Zasady oceniania

- 2 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie niepewności pomiaru napięcia dla tych punktów, **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do tych punktów (tzn. prostej przecinającej wszystkie odcinki symbolizujące niepewności pomiaru napięcia).
- 1 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych (przy braku lub niepoprawnie zaznaczonych niepewnościach pomiaru napięcia)
- LUB*
- poprawne naniesienie co najmniej trzech punktów pomiarowych **oraz** narysowanie prostej biegnącej blisko tych punktów (przy braku lub niepoprawnie zaznaczonych niepewnościach pomiaru napięcia)
- LUB*
- poprawne naniesienie co najmniej trzech punktów pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie niepewności pomiaru napięcia dla tych punktów.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie



Zadanie 9.2. (0–4)**Zasady oceniania**

- 4 pkt – poprawna metoda obliczenia siły elektromotorycznej i oporu wewnętrznego baterii (opisana w warunku za 2 pkt) **oraz** poprawne obliczenie i podanie wartości obu tych wielkości wraz z ich jednostkami.
- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia siły elektromotorycznej i oporu wewnętrznego baterii (opisana w warunku za 2 pkt) **oraz** poprawne obliczenie i podanie wartości jednej z tych wielkości wraz z jednostką.
- 2 pkt – poprawne wyprowadzenie zależności $U = U(I)$ (może być w formie uwikłanej $I = I(U)$ albo $\mathcal{E} = \mathcal{E}(U, I)$, albo $f(U, I) = 0$) **oraz** podstawienie do tej zależności współrzędnych dwóch punktów wykresu ucznia X, np. zapisy równoważne poniższym:
 $U = -r_w I + \mathcal{E}$ oraz $(7,5 \text{ V} = -r_w \cdot 5,0 \text{ A} + \mathcal{E} \text{ i } 6,0 \text{ V} = -r_w \cdot 10,0 \text{ A} + \mathcal{E})$
 LUB
 – podstawienie współrzędnych dwóch punktów wykresu ucznia X do zależności liniowej $U = -aI + b$ oraz identyfikacja współczynników tej zależności jako oporu wewnętrznego baterii oraz siły elektromotorycznej, np. zapisy równoważne poniższym:
 $(7,5 \text{ V} = -a \cdot 5,0 \text{ A} + b \text{ i } 6,0 \text{ V} = -a \cdot 10,0 \text{ A} + b)$ oraz $(r_w = a \text{ i } b = \mathcal{E})$
- 1 pkt – zapisanie równania wynikającego z II prawa Kirchhoffa oraz zapisanie/wykorzystanie związku między napięciem a natężeniem prądu i oporem, np. zapisy równoważne poniższym:
 $\mathcal{E} = Ir_w + IR$ oraz $U = IR$
 albo (w jednym równaniu)
 $U = -r_w I + \mathcal{E}$
 LUB
 – poprawna identyfikacja fizyczna jednego ze współczynników zależności liniowej $U(I)$:
 $U = -aI + b$ oraz $(a = r_w \text{ albo } b = \mathcal{E})$
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy II prawo Kirchhoffa dla obwodu opisanego w zadaniu oraz związek między napięciem na oporniku i natężeniem prądu:

$$1) \quad \mathcal{E} = Ir_w + IR \quad \text{oraz} \quad 2) \quad U = IR$$

Równość 2) wykorzystamy w równaniu 1) i z tego wyprowadzimy zależność $U(I)$:

$$3) \quad \mathcal{E} = Ir_w + U \quad \rightarrow \quad 4) \quad U = -r_w I + \mathcal{E}$$

Do równania 4) podstawimy współrzędne punktów P_1 i P_2 i następnie rozwiążemy tak otrzymany układ równań:

$$5) \quad \begin{cases} \mathcal{E} = I_1 r_w + U_1 \\ \mathcal{E} = I_2 r_w + U_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathcal{E} = 5,0 \text{ A} \cdot r_w + 7,5 \text{ V} \\ \mathcal{E} = 10,0 \text{ A} \cdot r_w + 6,0 \text{ V} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10,0 \text{ A} \cdot r_w + 6,0 \text{ V} = 5,0 \text{ A} \cdot r_w + 7,5 \text{ V} \\ \mathcal{E} = 10,0 \text{ A} \cdot r_w + 6,0 \text{ V} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5,0 \text{ A} \cdot r_w = 1,5 \text{ V} \\ \mathcal{E} = 10,0 \text{ A} \cdot r_w + 6,0 \text{ V} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_w = 0,3 \, \Omega \\ \mathcal{E} = 10,0 \, \text{A} \cdot 0,3 \, \Omega + 6,0 \, \text{V} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r_w = 0,3 \, \Omega \\ \mathcal{E} = 9,0 \, \text{V} \end{cases}$$

Zadanie 10.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania reakcji rozpadu beta minus jądra węgla ^{14}C , tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy powstałego jądra:

$^{14}_7\text{N}$ albo N albo azot

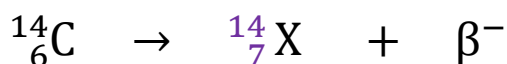
1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania reakcji rozpadu beta minus jądra węgla ^{14}C , tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej

LUB

– poprawne zapisanie symbolu lub nazwy jądra pierwiastka X (azot).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



gdzie X oznacza jądro pierwiastka $^{14}_7\text{N}$ lub N lub azot

Zadanie 10.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{m_C}{m_0}$ i prawidłowy wynik liczbowy zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących.

2 pkt – zapisanie równania wiążącego m_0 i m_C , wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego, **oraz** obliczenie wyrażenia $\frac{t}{T}$, **oraz** zapisanie wyrażenia równoważnego poniższemu:

$$\frac{m_C}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{albo} \quad \frac{m_C}{m_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

1 pkt – zapisanie równania wiążącego m_0 i m_C , wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_C = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

LUB

– obliczenie wartości wyrażenia $\frac{t}{T}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{t}{T} = \frac{2\,865 \, \text{lat}}{5\,730 \, \text{lat}} = \frac{1}{2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Zapiszemy równanie wynikające z prawa rozpadu promieniotwórczego:

$$1) \quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie N_0 to liczba jąder węgla ^{14}C w przedmiocie w chwili t_0 , a $N(t)$ to liczba jąder tego węgla w chwili t (aktualna liczba jąder). Ponieważ masa izotopu węgla ^{14}C jest proporcjonalna do liczby jąder tego węgla ^{14}C , to otrzymujemy analogiczne równanie na masę tego węgla ^{14}C pozostającą w próbce w chwili t :

$$2) \quad \frac{m(t)}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu oraz zgodnie z danymi, dla $t = 2\,865$ lat mamy:

$$3a) \quad \frac{m_C}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2\,865 \text{ lat}}{5\,730 \text{ lat}}} \quad \rightarrow \quad 3b) \quad \frac{m_C}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Obliczenie potęgi wykonujemy na kalkulatorze (używając od razu funkcji potęgi albo funkcji pierwiastka po zamianie potęgi na pierwiastek):

$$4) \quad \frac{m_C}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,7071 \dots \approx 0,71$$

Uwaga dodatkowa

Gdy zdający poprawnie obliczy $\frac{t}{T} = \frac{1}{2}$ oraz następnie błędnie wywnioskuje z prawa rozpadu, że po upływie połowy czasu połowicznego rozpadu rozpada się $\frac{1}{4}$ początkowej masy/liczby jąder izotopu węgla ^{14}C i zapisze wynik $\frac{m_C}{m_0} = \frac{3}{4}$ to otrzymuje dwa punkty.

Zadanie 10.3. (0–3)**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia łącznej energii kinetycznej produktów rozpadu beta minus jądra węgla ^{14}C **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w MeV.
- 2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu beta minus z uwzględnieniem energii spoczynkowej jądra węgla ^{14}C , energii spoczynkowej i kinetycznej produktów rozpadu: jądra X oraz cząstki β^- **oraz** zastosowanie wzoru Einsteina na energie spoczynkowe, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_C c^2 = m_X c^2 + m_\beta c^2 + E_{kin}$$

- 1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu beta minus z uwzględnieniem (wystarczy poprzez oznaczenie) energii spoczynkowej substratów (jądra węgla ^{14}C) i energii kinetycznej i energii spoczynkowej produktów rozpadu (jądra X oraz cząstki β^-), np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin\ przed} + E_{0\ przed} = E_{kin\ po} + E_{0\ po} \quad \text{oraz} \quad E_{kin\ przed} = 0$$

albo

$$E_{0\ przed} = E_{kin\ po} + E_{0\ po}$$

albo

$$E_{0\ C} = E_{0\ X} + E_{0\ \beta} + E_{kin}$$

albo

$$E_{0\ C} + E_{kin\ C} = E_{0\ X} + E_{0\ \beta} + E_{0\ \bar{\nu}} + E_{kin\ X,\beta,\bar{\nu}} \quad \text{oraz} \quad E_{kin\ C} = 0 \quad \text{oraz} \quad E_{0\ \bar{\nu}} \approx 0$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Zastosujemy zasadę zachowania energii – energia całkowita układu przed rozpadem jest równa energii całkowitej układu po rozpadzie:

$$E_{kin\ przed} + E_{0\ przed} = E_{kin\ po} + E_{0\ po}$$

Energia całkowita układu przed i po rozpadzie jest sumą energii kinetycznych oraz energii spoczynkowych wszystkich jąder i cząstek biorących udział w rozpadzie. Wykorzystamy związek między masą a energią spoczynkową i uwzględnimy założenia zadania (jądro węgla spoczywa, masę antyneutrina pomijamy):

$$E_{0\ C} = E_{0\ X} + E_{0\ \beta} + E_{kin\ X,\beta,\bar{\nu}}$$

$$m_C c^2 = m_X c^2 + m_\beta c^2 + E_{kin} \rightarrow$$

$$E_{kin} = (m_C - m_X - m_\beta) c^2 \rightarrow$$

$$E_{kin} = (13,99995\text{ u} - 13,99923\text{ u} - 0,00055\text{ u}) c^2 \rightarrow$$

$$E_{kin} = 0,00017 \cdot \text{u} \cdot c^2 = 0,00017 \cdot 931,5\text{ MeV} \approx 0,16\text{ MeV}$$