

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Fizyka i astronomia
<i>Poziom:</i>	Poziom rozszerzony
<i>Forma arkusza:</i>	MFA-R1_1P-202
<i>Termin egzaminu:</i>	Termin główny – czerwiec 2020 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	3 sierpnia 2020 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (2 pkt)

Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie czasu w ruchu jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3).
--------------------------	---

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu ruchu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – poprawne wykorzystanie związku między prędkością początkową $v_p = v_1$, końcową $v_k = 0$, czasem t_1 , a drogą s_1 w ruchu jednostajnie opóźnionym (np. $s_1 = \frac{1}{2} v_1 t_1$)

LUB

– poprawne wykorzystanie równań na $v(t)$, $s(t)$ dla ruchu jednostajnie opóźnionego, z identyfikacją prędkości końcowej $v_k = 0$, umożliwiających wyznaczenie czasu t_1 (np. $0 = v_1 - at_1$ oraz $s_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} at_1^2$)

LUB

– prawidłowe obliczenie wartości przyspieszenia (np.: $a = v_1^2 / 2s_1 = 3,5 \text{ m/s}^2$)

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapiszemy równania na prędkość i drogę dla ruchu jednostajnie opóźnionego (z prędkością końcową równą zero), wyeliminujemy z nich wartość przyspieszenia i wyznaczymy czas ruchu:

$$0 = v_1 - at_1 \quad s_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} at_1^2 \quad \rightarrow \quad s_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} v_1 t_1 = \frac{1}{2} v_1 t_1$$

$$t_1 = \frac{2s_1}{v_1} \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{2 \cdot 28 \text{ m}}{14 \text{ m/s}} = 4 \text{ s}$$

Zadanie 1.2. (2 pkt)

Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie drogi w ruchu jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3).
--------------------------	---

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia drogi hamowania oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – wykorzystanie równania z wyeliminowanym czasem dla ruchu jednostajnie opóźnionego oraz wykorzystanie faktu, że opóźnienie jest takie samo dla obu ruchów (np. zapisanie związków: $v_1^2 = 2as_1$ i $v_2^2 = 2as_2$)

LUB

– uwzględnienie, że czas ruchu za drugim razem jest dwukrotnie mniejszy niż za pierwszym razem, łącznie z wykorzystaniem faktu, że przyspieszenie za drugim razem jest takie jak za pierwszym razem

LUB

- zapisanie związku $v_2^2 = 2as_2$ łącznie z wykorzystaniem przyspieszenia obliczonego w zadaniu 1.1.

LUB

- zapisanie związku między zmianą energii kinetycznej i pracą siły wypadkowej łącznie z zastosowaniem wzoru na energię kinetyczną oraz z wykorzystaniem faktu, że siła tarcia w obu przypadkach jest taka sama.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy równania na prędkość i drogę dla ruchu jednostajnie opóźnionego (z prędkością końcową równą zero) i wyeliminujemy z nich czas:

$$0 = v_p - at \quad s = v_p t - \frac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad s_1 = \frac{v_1^2}{2a} \quad s_2 = \frac{v_2^2}{2a}$$

Z ostatnich dwóch równań ułożymy proporcję:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \quad \rightarrow \quad \frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad s_2 = \frac{1}{4}s_1 = 7 \text{ m}$$

Sposób 2.

Zapiszemy równania na prędkość dla ruchu jednostajnie opóźnionego (z prędkością końcową równą zero) krążka po pierwszym i drugim uderzeniu:

$$0 = v_1 - at_1 \quad 0 = v_2 - at_2 = \frac{1}{2}v_1 - at_2$$

Z powyższych równań wynika, że:

$$t_2 = \frac{1}{2}t_1$$

Wykorzystamy wzory na drogę (w ruchu jednostajnie opóźnionym do zatrzymania), jaką przebył krążek za pierwszym i drugim razem:

$$s_1 = \frac{1}{2}at_1^2 \quad s_2 = \frac{1}{2}at_2^2 \quad \rightarrow \quad \frac{s_2}{s_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Zatem:

$$s_2 = \frac{1}{4}s_1 = \frac{28 \text{ m}}{4} = 7 \text{ m}$$

Sposób 3.

Zapiszemy związek między zmianą energii kinetycznej i pracą siły wypadkowej, łącznie z zastosowaniem wzoru na energię kinetyczną i z wykorzystaniem faktu, że siła tarcia w obu przypadkach jest taka sama:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = Ts_1 \quad \frac{1}{2}mv_2^2 = Ts_2$$

Zatem:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \quad \rightarrow \quad \frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad s_2 = \frac{1}{4}s_1 = 7 \text{ m}$$

Zadanie 1.3. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2). Analizowanie ruchów ciał z uwzględnieniem sił tarcia (P I.1.2.3).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wyprowadzenie wzoru $a = \mu g$.

1 pkt – zapisanie drugiej zasady dynamiki z identyfikacją siły wypadkowej jako siły tarcia (np. wystarczy zapis $ma = T$)

LUB

– zapisanie związku między zmianą energii kinetycznej i pracą siły wypadkowej, łącznie z identyfikacją tej pracy jako pracy siły tarcia i zastosowaniem wzoru na energię kinetyczną (np. wystarczy zapis $\frac{1}{2}mv^2 = Ts$ lub $-\frac{1}{2}mv^2 = -Ts$).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanieSposób 1.

Wykorzystamy drugą zasadę dynamiki oraz wzór na siłę tarcia kinetycznego. Uwzględnimy fakt, że siła wypadkowa działająca na krążek w ruchu to siła tarcia kinetycznego:

$$ma = T \quad T = \mu Q$$

Z powyższych równań wynika, że:

$$ma = \mu mg \quad \rightarrow \quad a = \mu g$$

Sposób 2.

Zapiszemy związek między zmianą energii kinetycznej i pracą siły wypadkowej, łącznie z identyfikacją tej pracy jako pracy siły tarcia i zastosowaniem wzoru na energię kinetyczną:

$$\Delta E_k = W_T \quad \rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = -Ts \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = Ts$$

Wykorzystamy wzór na siłę tarcia kinetycznego oraz równanie ruchu jednostajnie opóźnionego z wyeliminowanym czasem:

$$T = \mu mg \quad \frac{v^2}{2} = as$$

Zatem:

$$mas = \mu mgs \quad \rightarrow \quad a = g\mu$$

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami energii kinetycznej, potencjalnej ciężkości (P 1.1.6.2).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji przedstawionych w formie wykresu (III.1)

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

D

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady niezależności ruchów do analizy ruchów złożonych (I.1.1.3).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

The diagram shows a horizontal line with several points. Point A is marked with a black dot. Point B is marked with a black dot. A gray dot is also on the horizontal line to the right of B. A vertical vector $\vec{F}$ originates from B and points upwards. A line k passes through B and a purple dot. A gray vector originates from B and points to the purple dot. A right-angle symbol is shown at the intersection of $\vec{F}$ and the gray vector, indicating they are perpendicular.

Ruch od punktu B jest złożeniem dwóch ruchów: kontynuacji ruchu swobodnego wzdłuż osi x (jakby siła nie zadziałała) i ruchu uzyskanego wzdłuż osi y – po zadziałaniu siły.

Komentarz do rozwiązania (nie jest oceniany)

Sposób 2. analizy zagadnienia

Siła nie zmienia tej składowej prędkości, do której jest prostopadła. Zatem składowa prędkości w kierunku x jest taka sama przed i po uderzeniu. Po uderzeniu prędkość uzyskuje składową wzdłuż kierunku y (w kierunku siły).

Zadanie 2.2. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Wyznaczanie prędkości wypadkowej (I.1.1.2). Zastosowanie zasady niezależności ruchów do analizy ruchów złożonych (I.1.1.3).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości i prawidłowy wynik z jednostką.

1 pkt – poprawne rozłożenie prędkości $\vec{v}_k$ na składowe w kierunku ruchu początkowego oraz w kierunku siły (algebraicznie – zapisanie wartości współrzędnych v_x oraz v_y lub graficznie – wykonanie rysunku łącznie z zapisaniem wartości składowej v_x)

LUB

– poprawne obliczenie długości przemieszczenia wzdłuż prostej k w określonym czasie

LUB

– zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia wartości prędkości po uderzeniu, łącznie z zachowaniem proporcji pomiędzy współrzędnymi prędkości $\frac{v_x}{v_y} = \frac{4}{3}$

LUB

– zapisanie wyniku $v_k = 5 \text{ m/s}$ bez zapisania składowych (przemieszczenia lub prędkości) i bez obliczeń.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwagi dodatkowe

1. Gdy zdający stosuje prawidłową metodę obliczenia wartości prędkości, ale robi błąd rachunkowy (w tym np. źle zliczy kratki) to otrzymuje 1 pkt.

2. Gdy zdający prawidłowo zapisze obie składowe prędkości $\vec{v}_k$ lub przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ (w ruchu wzdłuż k), oraz bez obliczeń zapisze wynik $v_k = 5 \text{ m/s}$, to otrzymuje 2 pkt.

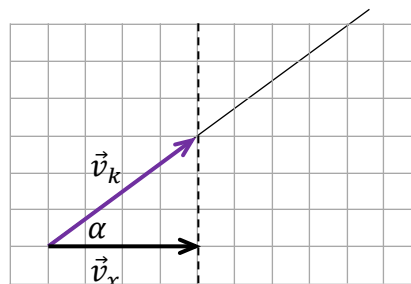
Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Na rysunku poniżej narysujemy wektor prędkości $\vec{v}_k$ ciała po uderzeniu. Składowa $\vec{v}_x$ prędkości nie zmienia się po uderzeniu (ponieważ siła jest w kierunku prostopadłym do $\vec{v}_x$). Długość boku kratki odpowiada jednostce prędkości wyrażonej w m/s.

$$\frac{v_x}{v_k} = \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{(4^2 + 3^2)}}$$

$$v_k = \frac{\sqrt{(4^2 + 3^2)}}{4} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Sposób 2.

Określimy prędkość początkową $\vec{v}_x$ (prędkość ciała przed uderzeniem) oraz zmianę prędkości $\Delta \vec{v}$ w wyniku uderzenia (czyli składową $\vec{v}_y$ uzyskaną w kierunku siły po uderzeniu):

$$\vec{v}_x = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \left[\frac{4 \text{ m}}{1 \text{ s}}; 0 \right] \rightarrow v_x = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_y = \frac{\Delta \vec{y}}{\Delta t} = \left[0; \frac{3 \text{ m}}{1 \text{ s}} \right] \rightarrow v_y = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prędkość $\vec{v}_k$ po uderzeniu jest złożeniem prędkości początkowej i prędkości uzyskanej w kierunku siły. Zatem jej wartość wynosi:

$$v_k = \sqrt{(4^2 + 3^2)} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 2.3. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do matematycznego opisu ruchów (I.1.1.4). Zastosowanie zasady niezależności ruchów do analizy ruchów złożonych (I.1.1.3).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji przedstawionych w formie wykresu (III.1). Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości siły i prawidłowy wynik z jednostką.

2 pkt – poprawne zapisanie II zasady dynamiki jako związku siły ze zmianą wektora prędkości w czasie Δt_B , łącznie z identyfikacją zmiany prędkości $\Delta \vec{v}$ jako $\vec{v}_y$ – składowej prędkości w kierunku siły (może być w jednym zapisie, np. wystarczy $m \frac{v_y}{\Delta t_B} = F$).

1 pkt – zapisanie II zasady dynamiki jako związku siły ze zmianą wektora pędu w czasie Δt_B , łącznie z wykorzystaniem wzoru na pęd

LUB

– zapisanie II zasady dynamiki jako związku siły z przyspieszeniem, łącznie z określeniem przyspieszenia jako $\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t_B$

LUB

- obliczenie przyspieszenia w kierunku y w czasie działania siły (np. $a = \frac{v_y}{\Delta t_B} = \frac{3 \text{ m/s}}{0,01 \text{ s}} = 300 \text{ m/s}^2$).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwagi dodatkowe

1. Gdy zdający w zapisie II zasady dynamiki błędnie zinterpretuje wartość różnicy wektorów (jako różnicę wartości wektorów), ale podstawia właściwy czas do wzoru, to otrzymuje 1 pkt.
2. Określenie wartości Δv wektora $\Delta \vec{v}$ jako różnicy wartości wektorów $\vec{v}_k$ i $\vec{v}_x$ jest błędem i uniemożliwia zgodnie z powyższymi zasadami oceniania przyznanie dwóch punktów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1. (wykorzystanie II zasady dynamiki)

Zapiszemy drugą zasadę dynamiki (w postaci wektorowej):

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t_B} = \vec{F} \quad \rightarrow \quad m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t_B} = \vec{F}$$

Zmiana prędkości ciała $\Delta \vec{v}$ po zadziałaniu siły – zgodnie z drugą zasadą dynamiki – jest składową prędkości uzyskaną w kierunku siły. Zatem jest to składowa wzdłuż osi y :

$$\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_x = \vec{v}_y = \frac{\Delta \vec{y}}{\Delta t} = \left[0; \frac{3 \text{ m}}{1 \text{ s}} \right] \quad \rightarrow \quad |\Delta \vec{v}| = \Delta v = v_y = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Obliczamy wartość siły:

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t_B} = m \frac{v_y}{\Delta t_B} = \frac{0,2 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,01 \text{ s}} = 60 \text{ N}.$$

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości siły i prawidłowy wynik z jednostką.
- 2 pkt – skorzystanie z twierdzenia o energii kinetycznej i pracy siły wypadkowej, łącznie z uwzględnieniem faktu, że praca nie zależy od całej drogi, tylko od przemieszczenia w kierunku y podczas działania siły, a ruch w kierunku y podczas działania tej stałej siły jest jednostajnie przyspieszony.
- 1 pkt – skorzystanie z twierdzenia o energii kinetycznej i pracy siły wypadkowej, łącznie z uwzględnieniem iloczynu siły $\vec{F}$ i przemieszczenia (bez konieczności określenia, że praca zależy od przemieszczenia w kierunku y).
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 2. (wykorzystanie twierdzenia o pracy i energii kinetycznej)

Skorzystamy z twierdzenia o pracy i energii kinetycznej: zmiana energii kinetycznej jest równa pracy siły wypadkowej:

$$\frac{1}{2} m (v_k^2 - v_1^2) = W_F \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_y^2 = W_F$$

Stała siła $\vec{F}$ działa w kierunku y prostopadłym do osi x , zatem praca tej siły nie zależy od całej drogi (przebytej podczas działania siły), tylko od przemieszczenia w kierunku y . Zatem:

$$W_F = F \Delta y_B$$

gdzie Δy_B jest przemieszczeniem ciała w kierunku y w czasie Δt_B . Ruch w kierunku y podczas działania siły jest ruchem jednostajnie przyspieszonym, gdzie:

$$v_{0y} = 0 \quad v_{koń y} = v_y = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{zatem} \quad \Delta y_B = \frac{1}{2} v_y \Delta t_B = \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,015 \text{ m}$$

Z powyższych równań wyznaczmy wartość siły:

$$\frac{1}{2} m v_y^2 = F \cdot \frac{1}{2} v_y \Delta t_B \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 3^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = F \cdot 0,015 \text{ m} \quad \rightarrow \quad F = 60 \text{ N}$$

Zadanie 3.1. (2 pkt)

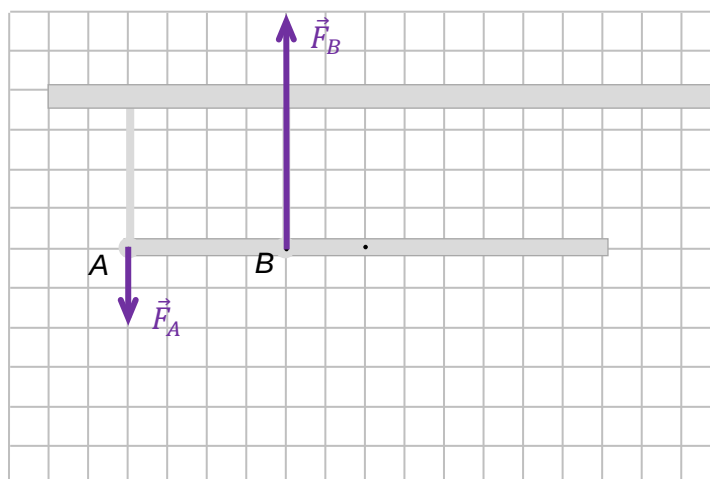
Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie pojęcia momentu siły do opisu ruchu obrotowego (I.1.1.7). Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

Zasady oceniania

- 2 pkt – poprawne narysowanie kierunków i zwrotów obu sił (zaczepionych w punktach A i B) wraz z zachowaniem i zapisaniem prawidłowej relacji pomiędzy wartościami sił.
1 pkt – poprawne narysowanie kierunków i zwrotów obu sił zaczepionych w punktach A i B.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

$$F_A < F_B$$



Zadanie 3.2. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie pojęcia momentu siły do opisu ruchu obrotowego (I.1.1.7). Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne zapisanie równań opisujących warunki równowagi belki, prawidłowe rozwiązanie układu tych równań i podanie wyników liczbowych z jednostkami: $|F_A| = 60 \text{ N}$ oraz $|F_B| = 180 \text{ N}$ (wynik może być podany bez wartości bezwzględnej).

2 pkt – poprawne zapisanie równania równowagi momentów sił (z prawidłową identyfikacją wielkości: sił i ramiom tych sił) względem dowolnego punktu belki oraz zapisanie poprawnego równania równowagi sił

LUB

– poprawne zapisanie dwóch równań równowagi momentów sił (z prawidłową identyfikacją wielkości: sił i ramiom tych sił) względem dwóch różnych punktów belki (np. jak w sposobie 4.).

Uwaga! Znaki określające zwroty sił w równaniach mogą być przyjęte dowolnie, natomiast muszą być konsekwentnie stosowane.

1 pkt – zapisanie poprawnego równania równowagi momentów sił względem dowolnego punktu belki łącznie z prawidłową identyfikacją sił i ich ramion (np. pierwsze równanie w kroku 1. w sposobach 1.–3.).

Uwaga! Znaki określające zwroty sił w równaniu równowagi momentów sił mogą być przyjęte dowolnie.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu B) oraz równanie równowagi sił:

$$F_A \cdot |AB| = Q \cdot |BS| \quad Q + F_A = F_B$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_A \cdot 1 \text{ m} = 120 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} \quad 120 \text{ N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_A \cdot 1 \text{ m} = 120 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} \\ 120 \text{ N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_A = 60 \text{ N} \\ 120 \text{ N} + 60 \text{ N} = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_A = 60 \text{ N} \\ F_B = 180 \text{ N} \end{cases}$$

Sposób 2.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu A) oraz równanie równowagi sił:

$$F_B \cdot |AB| = Q \cdot |AS| \quad Q + F_A = F_B$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 1 \text{ m} = 120 \text{ N} \cdot 1,5 \text{ m} \quad 120 \text{ N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_B \cdot 1 \text{ m} = 120 \text{ N} \cdot 1,5 \text{ m} \\ 120 \text{ N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 180 \text{ N} \\ 120 \text{ N} + F_A = 180 \text{ N} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 180 \text{ N} \\ F_A = 60 \text{ N} \end{cases}$$

Sposób 3.

Krok 1. Zapiszemy równanie równowagi momentów sił (względem punktu S) oraz równanie równowagi sił:

$$F_B \cdot |SB| = F_A \cdot |SA| \quad Q + F_A = F_B$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 0,5 \text{ m} = F_A \cdot 1,5 \text{ m} \quad 120 \text{ N} + F_A = F_B$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_B \cdot 0,5 \text{ m} = F_A \cdot 1,5 \text{ m} \\ 120 \text{ N} + F_A = F_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 3F_A \\ 120 \text{ N} + F_A = 3F_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 3F_A \\ 120 \text{ N} = 2F_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 180 \text{ N} \\ F_A = 60 \text{ N} \end{cases}$$

Sposób 4.

Krok 1. Zapiszemy dwa równania równowagi momentów sił (względem punktu S oraz względem punktu B):

$$F_B \cdot |SB| = F_A \cdot |SA| \quad F_A \cdot |AB| = Q \cdot |SB|$$

Krok 2. Podstawiamy dane do równań:

$$F_B \cdot 0,5 \text{ m} = F_A \cdot 1,5 \text{ m} \quad F_A \cdot 1 \text{ m} = 120 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m}$$

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} F_B \cdot 0,5 \text{ m} = F_A \cdot 1,5 \text{ m} \\ F_A \cdot 1 \text{ m} = 120 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 3F_A \\ F_A = 60 \text{ N} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_B = 180 \text{ N} \\ F_A = 60 \text{ N} \end{cases}$$

Zadanie 3.3. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie pojęcia: prędkości liniowej, kątowej, momentu bezwładności do opisu ruchu obrotowego (I.1.1.7). Zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej dla ruchu obrotowego (I.1.1.11).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru oraz prawidłowa postać wzoru (wyrażonego tylko przez l i g) na prędkość liniową punktu S.
- 2 pkt – przyrównanie początkowej energii potencjalnej belki do końcowej energii kinetycznej ruchu obrotowego belki, prawidłowe zapisanie wzorów na energię potencjalną grawitacji i energię kinetyczną ruchu obrotowego belki oraz zapisanie związku między chwilową prędkością liniową punktu S i prędkością kątową belki.
- 1 pkt – skorzystanie z zasady zachowania energii mechanicznej: przyrównanie początkowej energii potencjalnej belki do końcowej energii kinetycznej ruchu obrotowego belki
LUB
– zapisanie wyrażenia na końcową energię kinetyczną ruchu obrotowego belki oraz związku między chwilową prędkością liniową punktu S i prędkością kątową belki.
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Skorzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej:

$$E = \text{const} \quad \rightarrow \quad E_{\text{końc}} = E_{\text{pocz}} \quad \rightarrow \quad E_{\text{kin końc}} = E_{\text{pot pocz}}$$

Skorzystamy ze wzorów na energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej, energię potencjalną bryły, oraz związku między prędkością liniową i kątową punktu S:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} I_A \omega^2 &= mg \frac{l}{2} & v &= \frac{l}{2} \omega \\ \frac{1}{2} \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 &= mg \frac{l}{2} & v &= \frac{l}{2} \omega \\ \omega &= \sqrt{\frac{3g}{l}} & \omega &= \frac{2v}{l} \quad \rightarrow \\ v &= \frac{1}{2} \sqrt{3gl} \end{aligned}$$

Zadanie 4.1. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie sprawności silników cieplnych (P I.1.4.6).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie tekstu o tematyce fizycznej (II.1.a). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

a) (2 pkt)**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła oddanego przez silnik S_1 oraz prawidłowy wynik liczbowy podany z jednostką.

1 pkt – przyrównanie sprawności silnika S_1 do sprawności silnika idealnego, łącznie z zastosowaniem odpowiednich wzorów (z ciepłami i temperaturami) i prawidłową identyfikacją wielkości fizycznych (ciepła i temperatur) występujących w obu wzorach *LUB*

– poprawne obliczenie sprawności silnika idealnego $\eta_{max} \approx 0,61$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Ilość ciepła oddanego do chłodnicy przez silnik S_1 jest możliwie najmniejsza, gdy sprawność tego silnika jest równa sprawności silnika idealnego. W związku z tym przyrównamy sprawność silnika S_1 do sprawności maksymalnej i wyznaczymy Q_{odd} :

$$\eta_{S1} = \eta_{max} \rightarrow \frac{W_{calc}}{Q_{pob}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \rightarrow \frac{Q_{pob} - Q_{odd}}{Q_{pob}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\frac{100 \text{ J} - Q_{odd}}{100 \text{ J}} = \frac{750 \text{ K} - 290 \text{ K}}{750 \text{ K}} \rightarrow \frac{100 \text{ J} - Q_{odd}}{100 \text{ J}} = 0,613$$

$$100 \text{ J} - Q_{odd} = 61,3 \text{ J} \rightarrow Q_{odd} \approx 38,7 \text{ J}$$

b) (1 pkt)**Zasady oceniania**

1 pkt – pełne wyjaśnienie dotyczące granicznej wartości ciepła oddanego: stwierdzenie, że gdyby ciepło oddane byłoby mniejsze od pewnej wartości granicznej, to sprawność silnika przekroczyłaby maksymalną, teoretyczną sprawność silnika idealnego.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowa pełna odpowiedź

Gdyby ciepło oddane było mniejsze od pewnej wartości granicznej, to sprawność silnika byłaby większa od maksymalnej sprawności, z jaką może pracować silnik pomiędzy danymi temperaturami. (Sprawność nie może przekroczyć sprawności silnika idealnego).

Uwaga dodatkowa

Wyjaśnienie typu „ponieważ byłoby to niezgodne z II zasadą termodynamiki / zasadami termodynamiki” jest niewystarczające (brak jest w takim wyjaśnieniu powiązania zmiany oddanego ciepła ze zmianą sprawności).

Zadanie 4.2. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie I zasady termodynamiki (P I.1.4.4).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła oddanego przez silnik S_2 oraz prawidłowy wynik liczbowy podany z jednostką.

1 pkt – wykorzystanie I zasady termodynamiki dla cyklu (z uwzględnieniem, że $\Delta U_{cykl} = 0$): przyrównanie do zera sumy całkowitej pracy i ciepła całkowitego wymienionego z otoczeniem (z uwzględnieniem W_{spr} , W_{roz} , Q_{pob} , Q_{odd})

LUB

– wykorzystanie I zasady termodynamiki dla cyklu (z uwzględnieniem, że $\Delta U_{cykl} = 0$): przyrównanie pracy całkowitej w cyklu do całkowitego ciepła wymienionego z otoczeniem (z uwzględnieniem W_{spr} , W_{roz} , Q_{pob} , Q_{odd}) albo przyrównanie energii oddanej w cyklu (sumy ciepła oddanego i pracy rozprężania) do energii zyskanej w cyklu (sumy ciepła pobranego i pracy podczas sprężania)

LUB

– wykorzystanie wzoru na sprawność silnika w dwóch postaciach: $\eta = \frac{W_{calc}}{Q_{pob}}$ oraz

$$\eta = \frac{Q_{pob} - Q_{odd}}{Q_{pob}} \text{ łącznie z poprawną identyfikacją wielkości fizycznych w tych wzorach}$$

LUB

– skorzystanie ze związków (pomiędzy ciepłem oddanym, pobranym a temperaturą źródła i chłodnicy) jakie występują w cyklu pracy silnika idealnego: $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$.

Uwaga! W kryterium za 1 p. dopuszcza się niezgodność znaków z przyjętą konwencją.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1. (z wykorzystaniem I zasady termodynamiki)

Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla cyklu silnika S_2 . Zmiana energii wewnętrznej w cyklu wynosi zero. Przyjmujemy konwencję, zgodnie z którą ciepło pobrane z otoczenia oraz pracę podczas sprężania przyjmujemy za dodatnie, a ciepło oddane i pracę gazu przy rozprężaniu – za ujemne:

$$0 = |W_{spr}| - |W_{roz}| + |Q_{pob}| - |Q_{odd}| \rightarrow |W_{roz}| - |W_{spr}| = |Q_{pob}| - |Q_{odd}|$$

Podstawiamy odpowiednie dane:

$$34,8 \text{ J} - 8,7 \text{ J} = 100 \text{ J} - |Q_{odd}| \rightarrow |Q_{odd}| = 73,9 \text{ J} \approx 74 \text{ J}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem wzoru na sprawność)

Obliczymy sprawność silnika S2:

$$\eta = \frac{|W_{\text{calk}}|}{|Q_{\text{pob}}|} = \frac{|W_{\text{roz}}| - |W_{\text{spr}}|}{|Q_{\text{pob}}|} = \frac{34,8 \text{ J} - 8,7 \text{ J}}{100 \text{ J}} = 0,261$$

Skorzystamy ze wzoru na sprawność z ciepłami:

$$\eta = \frac{|Q_{\text{pob}}| - |Q_{\text{odd}}|}{|Q_{\text{pob}}|} \rightarrow \frac{100 \text{ J} - |Q_{\text{odd}}|}{100 \text{ J}} = 0,261 \rightarrow |Q_{\text{odd}}| = 73,9 \text{ J} \approx 74 \text{ J}$$

Zadanie 4.3. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie sprawności silników cieplnych (P I.1.4.6).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia sprawności silnika S₂ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

1 pkt – zapisanie wzoru z pracą na sprawność silnika S₂, łącznie z wyrażeniem pracy całkowitej jako różnicy prac przy rozprężaniu i sprężaniu gazu.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapiszemy wzór z pracą na sprawność silnika cieplnego, zidentyfikujemy wielkości z danymi, następnie obliczymy sprawność:

$$\eta = \frac{W_{\text{calk}}}{Q_{\text{pob}}} \quad W_{\text{calk}} = |W_{\text{rozpr}}| - |W_{\text{spr}}|$$

$$\eta = \frac{|W_{\text{rozpr}}| - |W_{\text{spr}}|}{Q_{\text{pob}}} = \frac{34,8 \text{ J} - 8,7 \text{ J}}{100 \text{ J}} = 0,261$$

$$\eta \approx 26\%$$

Zadanie 5.1. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie widma światła białego z uwzględnieniem zależności barwy światła od częstotliwości i długości fali świetlnej (P I.1.5.1). Zastosowanie do obliczeń związku między długością, prędkością rozchodzenia się w danym ośrodku i częstotliwością fali świetlnej (P I.1.5.2).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne oba podkreślenia.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Rozwiązanie

Zależność między wartościami prędkości v_F oraz v_C określa relacja ($v_F > v_C$ / $v_F < v_C$), a zależność między częstotliwościami f_F oraz f_C określa relacja ($f_F > f_C$ / $f_F = f_C$ / $f_F < f_C$).

Zadanie 5.2. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie do obliczeń związku między długością, prędkością rozchodzenia się w danym ośrodku i częstotliwością fali świetlnej (P I.1.5.2).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie wykresów (II.1.b). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali światła w szkłe i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – poprawne wyprowadzenie lub wykorzystanie wzoru na współczynnik załamania światła w szkłe, wyrażonego za pomocą długości fal w próżni i szkłe: $n_\lambda = \frac{\lambda}{\lambda_{sz}}$

LUB

– poprawne zastosowanie wzoru na współczynnik załamania światła w szkłe, wyrażonego za pomocą prędkości światła w próżni i szkłe, łącznie z wykorzystaniem związku między prędkością fali a jej długością i częstotliwością.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zastosujemy wzór z prędkościami na współczynnik załamania oraz wykorzystamy związek między prędkością fali a jej długością i częstotliwością. Skorzystamy też z faktu, że częstotliwość fali nie zmienia się po przejściu przez granicę ośrodków (w szkłe i w próżni jest taka sama i wynosi f).

$$n_\lambda = \frac{c}{v_\lambda} \quad c = \lambda f \quad v_\lambda = \lambda_{sz} f \rightarrow n_\lambda = \frac{\lambda f}{\lambda_{sz} f} = \frac{\lambda}{\lambda_{sz}}$$

Podstawiamy dane odczytane z wykresu i treści zadania:

$$n_\lambda = \frac{\lambda}{\lambda_{sz}} \rightarrow 1,52 = \frac{0,5 \mu\text{m}}{\lambda_{sz}} \rightarrow \lambda_{sz} \approx 0,329 \mu\text{m} \approx 0,33 \mu\text{m}$$

Zadanie 5.3. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Wyjaśnianie zjawiska rozszczepienia światła (P I.1.5.5). Konstruowanie obrazu w soczewce skupiającej i rozpraszającej dla różnych położań przedmiotu (P I.1.5.6).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

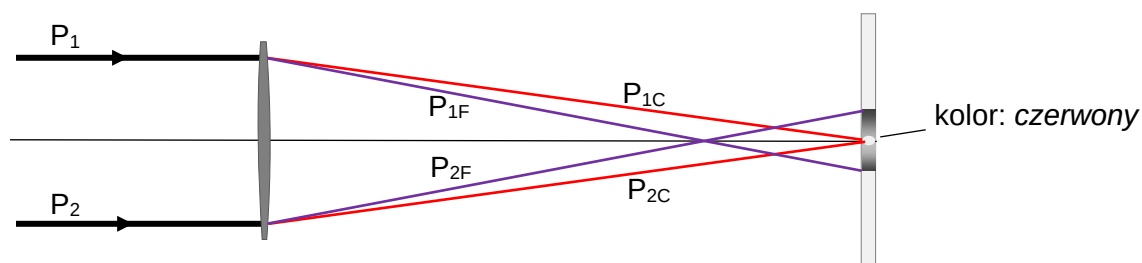
Zasady oceniania

1 pkt – poprawne podpisanie koloru środka plamki oraz prawidłowe narysowanie biegu promieni od soczewki do ekranu

LUB

– poprawne narysowanie biegu promieni czerwonych i fioletowych od soczewki do ekranu łącznie z prawidłowym podpisaniem tych promieni.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie**Zadanie 5.4. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie ogniskowej soczewki znając promienie krzywizny i współczynnik załamania światła w materiale, z którego jest wykonana (P I.1.5.7).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu ogniskowej soczewki dla światła fioletowego do ogniskowej soczewki dla światła czerwonego oraz prawidłowy wynik liczbowy.

1 pkt – zastosowanie „wzoru szlifierzy” (z *Wybranych wzorów [...] z fizyki*) do obliczenia ogniskowych soczewki dla światła czerwonego i fioletowego, z rozróżnieniem w obu wzorach współczynników załamania oraz ogniskowych dla światła czerwonego i fioletowego – łącznie z uwzględnieniem wspólnej geometrycznej części wzoru.

LUB

– zapisanie lub wyprowadzenie ilorazu: $\frac{f_F}{f_C} = \frac{n_C - 1}{n_F - 1}$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zastosujemy wzór z *Wybranych wzorów [...] z fizyki* dla ogniskowej soczewki światła czerwonego i ogniskowej soczewki światła fioletowego. Przyjmujemy, że współczynnik załamania światła w powietrzu wynosi jeden.

$$\begin{cases} \frac{1}{f_C} = (n_C - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ \frac{1}{f_F} = (n_F - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \end{cases} \rightarrow \frac{f_F}{f_C} = \frac{n_C - 1}{n_F - 1}$$

Do ostatniego równania podstawiamy dane odczytane z wykresu:

$$\frac{f_F}{f_C} = \frac{1,51 - 1}{1,54 - 1} \rightarrow \frac{f_F}{f_C} = \frac{0,51}{0,54} \approx 0,94$$

Zadanie 6.1. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa Ohma, I i II prawa Kirchhoffa do obliczeń (I.1.3.2). Obliczanie oporu zastępczego układu oporników (I.1.3.4).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie schematu (II.1.b). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru oraz prawidłowa postać wzoru pozwalającego wyznaczyć I_2 tylko za pomocą wielkości: U oraz R .

2 pkt – poprawna metoda oraz prawidłowa postać wzoru pozwalającego wyznaczyć I_1 tylko za pomocą wielkości: U oraz R

LUB

- zapisanie związku między I_1 , napięciem U i oporem zastępczym tej części obwodu, w której znajdują się oporniki R_1 , R_2 , R_3 , zapisanie związku między I_1 oraz I_2 oraz poprawna metoda obliczenia oporu zastępczego.
- 1 pkt – zapisanie związku między I_1 , napięciem U i oporem zastępczym tej części obwodu, w której znajdują się oporniki R_1 , R_2 , R_3
LUB
- prawidłowe obliczenie oporu zastępczego oraz zapisanie związku między I_1 oraz I_2 .
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Najpierw wyznaczmy natężenie prądu I_1 płynącego pomiędzy węzłami w tej części obwodu, w której znajdują się oporniki R_1 , R_2 , R_3 . Opór zastępczy tej części obwodu oznaczmy R_{123} .

$$I_1 = \frac{U}{R_{123}}$$

gdzie

$$R_{123} = R + R_{23} \quad \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \quad \rightarrow \quad R_{123} = \frac{3}{2}R$$

zatem

$$I_1 = \frac{U}{\frac{3}{2}R} = \frac{2}{3} \frac{U}{R}$$

Ponieważ oporniki R_2 , R_3 mają te same opory R , to prąd o natężeniu I_1 rozdziela się w węźle oczka z tymi oporami na dwa prądy o jednakowych natężeniach. Zatem

$$I_2 = \frac{I_1}{2} \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{1}{3} \frac{U}{R}$$

Zadanie 6.2. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa Ohma, I i II prawa Kirchhoffa do analizy obwodów elektrycznych (I.1.3.2).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie schematu (II.1.b).

Zasady oceniania

- 1 pkt – poprawna odpowiedź.
- 0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

B

Zadanie 6.3. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa Ohma, I i II prawa Kirchhoffa do analizy obwodów elektrycznych (I.1.3.2).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci schematu (III.1).

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne wpisy dla każdego opornika.

2 pkt – poprawne wpisy dla dwóch oporników.

1 pkt – poprawne wpisy dla jednego opornika.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

Opornik	Natężenie prądu	Napięcie
R_1	<i>zmałało</i>	<i>zmałało</i>
R_2	<i>wzrosło</i>	<i>wzrosło</i>
R_4	<i>się nie zmieniło</i>	<i>się nie zmieniło</i>

Zadanie 7.1. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Wyznaczanie siły działającej na ciało w wyniku oddziaływania elektrostatycznego (P I.1.2.1). Opisywanie pola elektrostatycznego za pomocą natężenia pola (I.1.2.1).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie rysunków (II.1.b). Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie wektora $\vec{E}_A$ w punkcie A oraz poprawne zapisanie wzoru na wartość wektora $\vec{E}_A$ (wyrażonego tylko za pomocą odpowiednich stałych oraz a i q).

1 pkt – poprawne narysowanie wektora $\vec{E}_A$ w punkcie A : wektor musi leżeć na przedłużeniu wysokości qA i mieć odpowiedni zwrot (jak na rysunku w rozwiązaniu)

LUB

– poprawne zapisanie wzoru na wartość E_A .

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

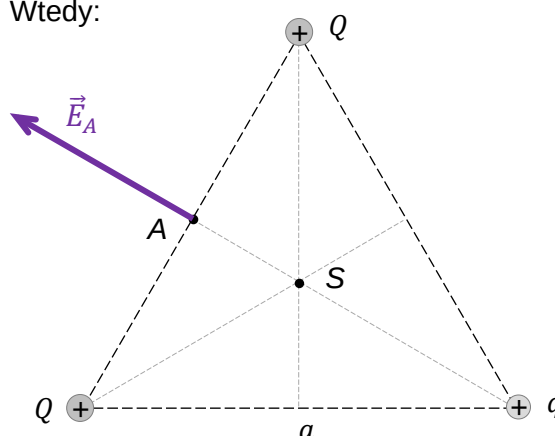
Wysokość trójkąta oznaczmy jako h . Wtedy:

$$E_A = \frac{kq}{h^2}$$

$$E_A = \frac{kq}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}$$

$$E_A = \frac{4kq}{3a^2}$$

Rysunek 1.

**Zadanie 7.2. (1 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Wyznaczanie siły działającej na ciało w wyniku oddziaływania elektrostatycznego (P I.1.2.1). Opisywanie pola elektrostatycznego za pomocą natężenia pola (I.1.2.1).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie rysunków (II.1.b).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

D

Zadanie 8.1. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie ruchu jednostajnego po okręgu (P I.1.1.6). Analizowanie I i II prędkości kosmicznej (P I.1.2.8).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie tekstu o tematyce fizycznej (II.1.a). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy pulsara (np. jak w krokach 1.–3.) oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – doprowadzenie do jednego wyrażenia, z którego można bezpośrednio obliczyć masę pulsara jedynie na podstawie stałych oraz parametrów ruchu orbitalnego planety (np. zapisanie wyrażenia jak w kroku 2.).

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, z uwzględnieniem wzorów na te siły (np. jak w kroku 1. w sposobie 1.)

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną, łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu (np. jak w kroku 1. w sposobie 2.).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga dodatkowa

Jeżeli zdający zapisze od razu bez wyprowadzenia III prawo Keplera łącznie z poprawnie określoną stałą: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ i poprawnie zidentyfikuje wielkości w tym wzorze, to otrzymuje 2 pkt.

Przykładowe rozwiązanieSposób 1.

Krok 1. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$$

Krok 2. Wyprowadzimy wyrażenie pozwalające na bezpośrednie obliczenie masy pulsara z parametrów ruchu orbitalnego planety. W tym celu do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v = \frac{2\pi r}{T}$.

$$m \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy parametry ruchu orbitalnego planety:

$$M = \frac{4 \cdot (3,142)^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}} \cdot \frac{(0,19 \text{ au})^3}{(25,3 \text{ doby})^2}$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia, przy czym jednostkę astronomiczną wyrazimy w metrach, a dobę wyrazimy sekundach.

$$M = \frac{4 \cdot (3,142)^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}} \cdot \frac{(0,19 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{(2,53 \cdot 10^1 \cdot 2,4 \cdot 10^1 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s})^2} \approx 2,86 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{34} \text{ kg}$$

$$M \approx 2,86 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Sposób 2.

Krok 1. Skorzystamy ze wzoru na prędkość w ruchu po orbicie kołowej oraz zastosujemy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Krok 2. Z powyższych równań wyprowadzamy wzór pozwalający na obliczenie masy pulsara z parametrów ruchu orbitalnego planety:

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r} \quad \rightarrow \quad M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia (patrz krok 3. w sposobie 1.).

Zadanie 8.2. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie momentu pędu bryły sztywnej (I.1.1.9). Zastosowanie zasady zachowania momentu pędu (I.1.1.10).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie tekstu o tematyce fizycznej (II.1.a). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Zasady oceniania

- 2 pkt – poprawna metoda obliczenia częstotliwości obrotu gwiazdy przy promieniu $10R$ oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 1 pkt – skorzystanie z zasady zachowania momentu pędu, łącznie z zastosowaniem wzoru na moment pędu bryły sztywnej względem jej osi obrotu dla dwóch sytuacji: gdy jądro miało promień $10R$ oraz gdy jądro ma obecny promień R (np. zapis: $I_{10}\omega_{10} = I_1\omega_1$).
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Skorzystamy z zasady zachowania momentu pędu bryły sztywnej. Oznaczmy jako L_{10} moment pędu jądra gwiazdy, gdy miała promień 10 razy większy niż obecnie, natomiast jako L_1 oznaczmy moment pędu jądra gwiazdy przy obecnym promieniu R :

$$L_{10} = L_1 \quad \text{gdzie:} \quad L_{10} = I_{10}\omega_{10} \quad L_1 = I_1\omega_1$$

$$I_{10}\omega_{10} = I_1\omega_1$$

Podstawiamy wzory na moment bezwładności I gwiazdy oraz na jej prędkość kątową:

$$kM(10R)^2 \cdot 2\pi f_{10} = kMR^2 \cdot 2\pi f_1 \rightarrow$$

$$100R^2 f_{10} = R^2 f_1 \rightarrow$$

$$f_{10} = \frac{f_1}{100} \quad \rightarrow \quad f_{10} = \frac{160 \text{ Hz}}{100} = 1,6 \text{ Hz}$$

Zadanie 8.3. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie energii kinetycznej bryły sztywnej (I.1.1.9).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie tekstu o tematyce fizycznej (II.1.a).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Zasady oceniania

- 2 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku energii kinetycznych oraz prawidłowy wynik liczbowy.
- 1 pkt – wykorzystanie wzoru na energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej dla dwóch opisanych sytuacji, łącznie z zastosowaniem zasady zachowania momentu pędu bryły sztywnej (np. zapis energii kinetycznych w postaci $E_{kin1} = \frac{L^2}{2I_1}$, $E_{kin10} = \frac{L^2}{2I_{10}}$ lub równoważnie $E_{kin1} = \frac{1}{2}L\omega_1$, $E_{kin10} = \frac{1}{2}L\omega_{10}$ – np. jak w sposobach 1. i 2.)

LUB

- wykorzystanie wzoru na energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej dla dwóch opisanych sytuacji, łącznie z zastosowaniem relacji pomiędzy częstotliwościami f_1 i f_{10} (lub okresami) oraz pomiędzy promieniami R_1 i R_{10} : (np. jak w sposobie 3.).
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga dodatkowa

Jeżeli zdający poprawnie wyprowadzi zależność $\frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{I_{10}}{I_1}$ lub $\frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{\omega_1}{\omega_{10}}$ i nie zapisze końcowego wyniku liczbowego (lub poda błędny wynik końcowy) to otrzymuje 1 pkt.

Przykładowe rozwiązanieSposób 1.

Wykorzystamy wzór na energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej w postaci z momentem pędu L i momentem bezwładności I :

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{oraz} \quad L = I \omega \quad \rightarrow \quad E_{kin} = \frac{L^2}{2I}$$

Zapiszemy stosunek energii kinetycznych (z dwóch opisanych sytuacji) ruchu obrotowego jądra gwiazdy, z wykorzystaniem zasady zachowania momentu pędu:

$$\frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{\frac{L_1^2}{2I_1}}{\frac{L_{10}^2}{2I_{10}}} \quad \text{oraz} \quad L_1 = L_{10} \quad \rightarrow \quad \frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{I_{10}}{I_1} = \frac{(10R)^2}{R^2} = 100$$

Sposób 2.

Wykorzystamy wzór na energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej w postaci z momentem pędu i prędkością kątową:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{oraz} \quad L = I \omega \quad \rightarrow \quad E_{kin} = \frac{1}{2} L \omega$$

Zapiszemy stosunek energii kinetycznych (z dwóch opisanych sytuacji) ruchu obrotowego jądra gwiazdy, z wykorzystaniem zasady zachowania momentu pędu i wyznaczonego ilorazu prędkości kątowych:

$$\frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{\frac{1}{2} L_1 \omega_1}{\frac{1}{2} L_{10} \omega_{10}} \quad \text{oraz} \quad L_1 = L_{10} \quad \rightarrow \quad \frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{\omega_1}{\omega_{10}} = 100$$

Sposób 3.

Zastosujemy wzór na energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej, łącznie z wykorzystaniem relacji pomiędzy częstotliwościami f_1 i f_{10} oraz promieniami R_1 i R_{10} :

$$E_{kin1} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 \quad E_{kin10} = \frac{1}{2} I_{10} \omega_{10}^2 \quad \frac{R_{10}}{R_1} = 10 \quad \frac{f_{10}}{f_1} = \frac{1}{100}$$

Zapiszemy i obliczymy stosunek energii kinetycznych:

$$\frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{\frac{1}{2} k M R^2 (2\pi f_1)^2}{\frac{1}{2} k M (10R)^2 (2\pi f_{10})^2} \quad \rightarrow \quad \frac{E_{kin1}}{E_{kin10}} = \frac{1}{100} \cdot \left(\frac{f_1}{f_{10}} \right)^2 = \frac{1}{100} \cdot 100^2 = 100$$

Zadanie 8.4. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie praw Keplera do opisu ruchu planet (P I.1.7.3).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie tekstu o tematyce fizycznej (II.1.a). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu, w jakim ciało A okrąży pulsar oraz prawidłowy wynik liczbowy podany w dobach.

1 pkt – zastosowanie prawa Keplera łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości fizycznych.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zastosujemy prawo Keplera dla ciał okrążających pulsar:

$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T^2}{r^3} \rightarrow$$

$$T_A = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r}\right)^3} \cdot T$$

$$T_A = \sqrt{\left(\frac{1 \text{ au}}{0,19 \text{ au}}\right)^3} \cdot 25,3 \approx 305 \text{ dób}$$

Zadanie 9. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Podawanie podstawowych założeń modelu atomu wodoru wg Bohra (P I.1.5.19). Obliczanie częstotliwości i długości fali emitowanej przez atom wodoru przy przeskokach elektronu pomiędzy orbitami (P I.1.5.20).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Zasady oceniania

2 pkt – zapisanie prawidłowych relacji pomiędzy wszystkimi częstotliwościami.

1 pkt – zapisanie prawidłowych relacji pomiędzy częstotliwościami: f_{32} , f_{43} , f_{41} .

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Rozwiązanie

$$f_{74} < f_{43} < f_{32} < f_{41}$$

Zadanie 10. (2 pkt)

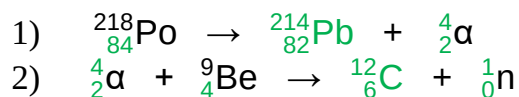
Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady zachowania ładunku i liczby nukleonów do zapisów reakcji jądrowych i przemian jądrowych (P I.1.6.10). Wymienianie własności promieniowania jądrowego α , β , γ (P I.1.6.8).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów schematu, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie równań obu reakcji.

1 pkt – poprawne uzupełnienie równania jednej reakcji.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie**Zadanie 11. (3 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa rozpadu, z uwzględnieniem czasu połowicznego zaniku, do analizy przemian jądrowych (P I.1.6.11).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności (II.4.c).

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia czasu połowicznego zaniku oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia t/T (dla $t=11$ dni).

1 pkt – poprawne określenie stosunku liczby jąder pozostających w próbce po 11 dniach do początkowej liczby jąder

LUB

– zastosowanie prawa rozpadu.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Określimy ile z początkowej liczby jąder N_0 zostało w próbce po czasie $t=11$ dni:

$$N(t) = N_0 - 0,875N_0 = 0,125N_0$$

Zastosujemy prawo rozpadu z uwzględnieniem czasu połowicznego zaniku T :

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \rightarrow \quad 0,125 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Z powyższego równania wyznaczymy t/T , a następnie T :

$$0,125 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad \rightarrow \quad \frac{t}{T} = 3 \quad \rightarrow \quad T = \frac{t}{3} = \frac{11 \text{ dni}}{3} \approx 3,7 \text{ doby}$$