

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

IMIĘ I NAZWISKO *

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM PODSTAWOWY

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **24** strony (zadania **1–33**) i kartę odpowiedzi. Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie i na karcie odpowiedzi wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Odpowiedzi do zadań zamkniętych przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

STYCZEŃ 2016

**Czas pracy:
170 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba 60 jest przybliżeniem z niedomiarem liczby x . Błąd względny tego przybliżenia to 4%. Liczba x jest równa

- A. 57,69 B. 57,6 C. 60,04 D. 62,5

Zadanie 2. (0–1)

Dla liczb $a = 2\sqrt{2}$ i $b = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ wyrażenie $\frac{a}{b^2}$ jest równe

- A. $2\sqrt{2} - 2$ B. 2 C. $2(\sqrt{2} + 1)$ D. $4(2 + \sqrt{2})$

Zadanie 3. (0–1)

Cenę towaru podwyższono o 20%. O ile procent należy obniżyć nową cenę towaru, aby po obniżce stanowiła ona 90% ceny przed zmianami?

- A. o 10% B. o 15% C. o 25% D. o 30%

Zadanie 4. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \log(n + 1)$ dla $n \geq 1$. Liczba $\frac{3a_3 - a_7}{a_1}$ jest równa

- A. $\log 4$ B. $\log 6$ C. 2 D. 3

Zadanie 5. (0–1)

Iloraz liczby $8^{10} - 4^{14}$ przez liczbę $6\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{4}$ jest równy

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. 2^{26} D. 2^{30}

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $\frac{8 - 2x^2}{x + 2} = x + 2$ ma dokładnie

- A. dwa rozwiązania: $x_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $x_2 = -\frac{2}{\sqrt{3}}$.
B. dwa rozwiązania: $x = \frac{2}{3}$, $x = -2$.
C. jedno rozwiązanie: $x = 2$.
D. jedno rozwiązanie: $x = \frac{2}{3}$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

Zadanie 7. (0–1)

Liczba 4 spełnia nierówność $a^2x - 16 < 0$ z niewiadomą x wtedy i tylko wtedy, gdy

- A. $a \in (-2, 2)$
- B. $a \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
- C. $a \in \{-2, 2\}$
- D. $a \in (-\infty, 2)$

Zadanie 8. (0–1)

Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej n największy wspólny dzielnik liczb n oraz $n + 10$. Największa wartość funkcji f jest równa

- A. 2
- B. 5
- C. 10
- D. 20

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x) = -2x + b$ przyjmuje wartości dodatnie dla wszystkich $x < 2$ i tylko dla takich. Wynika stąd, że współczynnik b jest równy

- A. 4
- B. 2
- C. 0
- D. -4

Zadanie 10. (0–1)

Prostą o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 1$ przesunięto wzdłuż osi Ox o cztery jednostki w prawo. Otrzymano prostą o równaniu

- A. $y = \frac{1}{2}x - 3$
- B. $y = \frac{1}{2}x - 1$
- C. $y = \frac{1}{2}x + 3$
- D. $y = \frac{1}{2}x + 5$

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = -(x + 1)^2 + 5$ przekształcono symetrycznie względem osi Oy i otrzymano wykres funkcji g . Wskaż równanie prostej, która jest osią symetrii wykresu funkcji g .

- A. $x = 1$
- B. $x = -1$
- C. $y = 5$
- D. $y = 1$

Zadanie 12. (0–1)

Pan Krzysztof pokonuje trasę Warszawa–Kraków w czasie t ze średnią prędkością v . Aby skrócić czas podróży o 20%, pan Krzysztof musi średnią prędkość

- A. zwiększyć o 25%.
- B. zwiększyć o 20%.
- C. zmniejszyć o 20%.
- D. zmniejszyć o 25%.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{3}{4}n^2 - 24n + 90$ dla $n \geq 1$. Najmniejszy wyraz ciągu (a_n) jest równy

- A. 90 B. $66\frac{3}{4}$ C. -102 D. -124

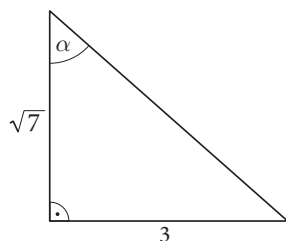
Zadanie 14. (0–1)

Dla pewnego kąta ostrego α trzywyrazowy ciąg $(2\sin^2\alpha, \sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha, 2\cos^2\alpha)$ jest arytmetyczny. Miara kąta α jest równa

- A. 75° B. 60° C. 45° D. 30°

Zadanie 15. (0–1)

Kąt α jest kątem ostrym w trójkącie prostokątnym przedstawionym na rysunku.

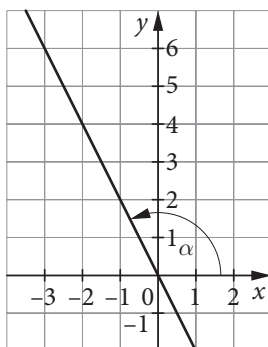


Liczba $4^{\sin\alpha}$ jest równa

- A. $\sqrt{2^{\sqrt{7}}}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $4^{\frac{3}{\sqrt{7}}}$ D. $4^{\sqrt[3]{4}}$

Zadanie 16. (0–1)

Prosta o równaniu $y = -2x$ tworzy z osią Ox kąt rozwarty α (zobacz rysunek poniżej).



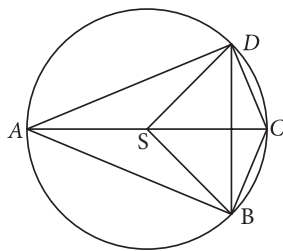
Cosinus kąta α jest równy

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 17. (0–1)

W okrąg o środku S wpisano deltoid $ABCD$ (zobacz rysunek poniżej). Krótsza przekątna deltoidu ma długość 4, a jego najmniejszy kąt wewnętrzny ma miarę 45° .



Pole deltoidu jest równe

- A. $16\sqrt{2}$ B. 16 C. 12 D. $8\sqrt{2}$

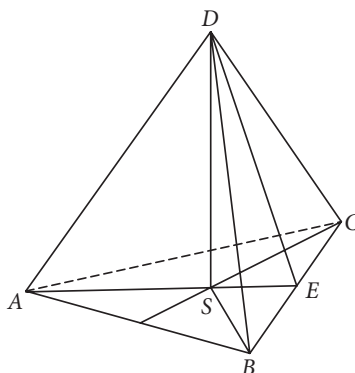
Zadanie 18. (0–1)

Dwa okręgi: pierwszy o środku $O_1 = (-2, 4)$ i promieniu $r_1 = 4$ oraz drugi o środku $O_2 = (6, 0)$, są styczne zewnętrznie. Promień drugiego okręgu jest równy

- A. 4
B. $4(\sqrt{5} - 1)$
C. $2\sqrt{5}$
D. 5

Zadanie 19. (0–1)

Rysunek przedstawia ostrosłup prawidłowy trójkątny.



Kąt między ścianą boczną a płaszczyzną podstawy ostrosłupa to

- A. $\sphericalangle DES$ B. $\sphericalangle DCE$ C. $\sphericalangle DCS$ D. $\sphericalangle DEB$

Zadanie 20. (0–1)

Pole powierzchni bocznej walca jest 5 razy większe od sumy pól jego podstaw. Miara kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tego walca do podstawy jest w przybliżeniu równa

- A. 79° B. 68° C. 51° D. 22°

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Zadanie 21. (0–1)

Laura ma pięć płyt z muzyką taneczną i trzy z muzyką poważną. Na ile sposobów Laura może tak ustawić poszczególne płyty na półce, aby wszystkie płyty tego samego gatunku znalazły się obok siebie? Wskaż poprawny sposób obliczeń.

- A. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
B. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1$
C. $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
D. $2 \cdot 5^5 \cdot 3^3$

Zadanie 22. (0–1)

W tabeli podano oceny z matematyki czterech uczniów pewnej klasy.

Uczeń	Oceny
Ada	4, 4, 4, 5, 5
Basia	3, 3, 3, 4, 4
Czarek	1, 1, 2, 2, 2
Darek	1, 1, 5, 5, 5

Oceny którego ucznia wykazują największe odchylenie standardowe?

- A. Ady B. Basi C. Czarka D. Darka

Zadanie 23. (0–1)

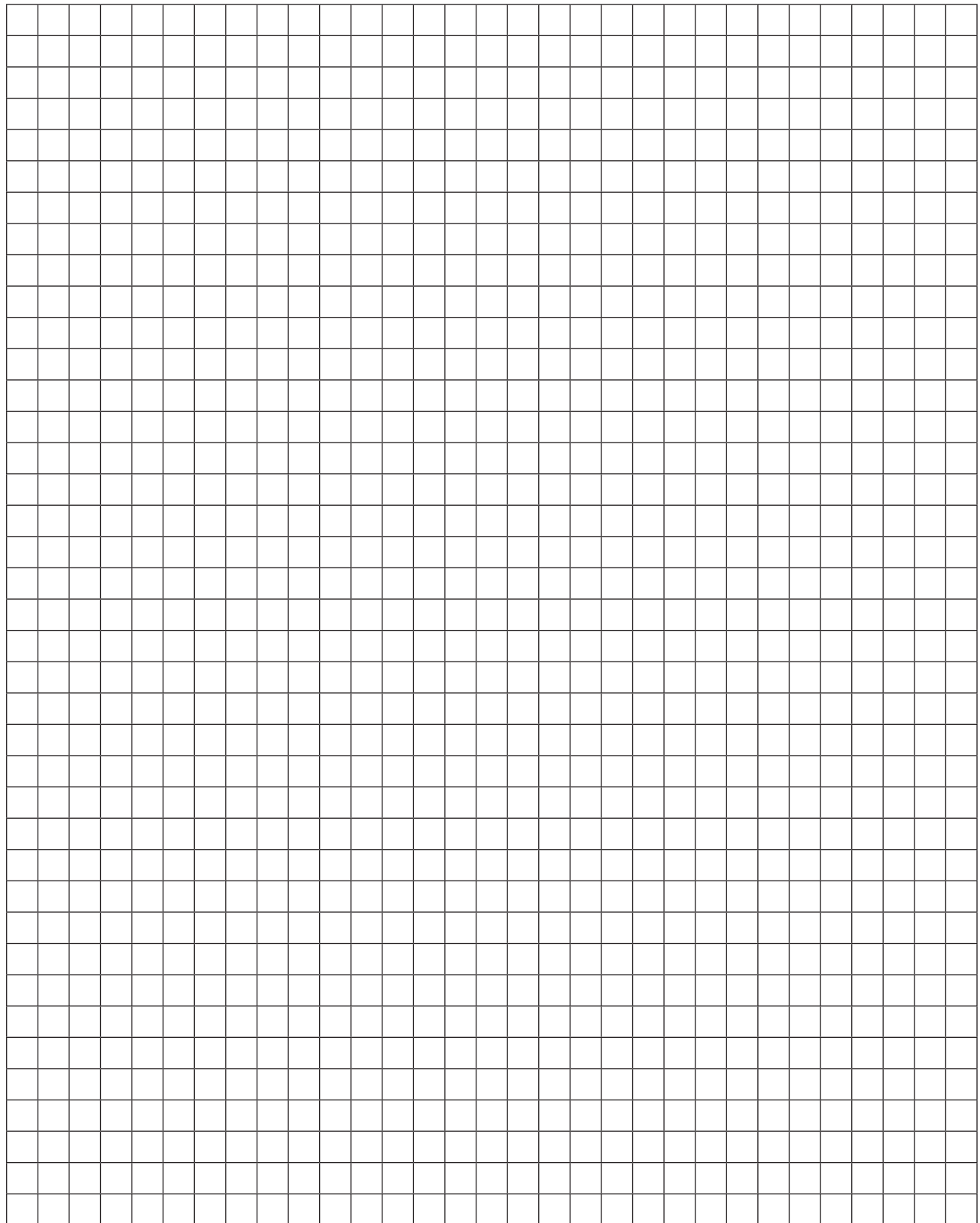
W urnie jest o 10 kul białych więcej niż czarnych. Z urny losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{3}{4}$. Ile wszystkich kul jest w urnie?

- A. 15 B. 20 C. 30 D. 40

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 24. (0–2)

Wyznacz zbiór wszystkich argumentów x , dla których funkcja kwadratowa $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$ przyjmuje większe wartości niż funkcja liniowa $g(x) = -x + 2$.



Odpowiedź:

Dla jakich wartości m równanie $x(3x - 6)(x^3 + 27)(x + m) = 0$ z niewiadomą x ma trzy różne rozwiązania?

[illegible]

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	24	25
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Ustalono, że w pewnym jeziorze populacja zagrożonego gatunku ryb maleje każdego roku o 30%, a na początku badań wynosiła 50 tys. sztuk. Podaj wzór funkcji wyrażającej liczebność tej populacji po upływie t lat i oblicz, ile ryb zagrożonego gatunku było w jeziorze po trzech latach od chwili rozpoczęcia badań.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of these squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically. There are no margins, text, or other markings on the page.

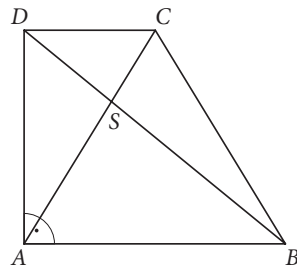
Odpowiedź:

Udowodnij, że różnica kwadratów dowolnej liczby pierwszej $p > 2$ i liczby o dwa od niej mniejszej jest podzielna przez 8.

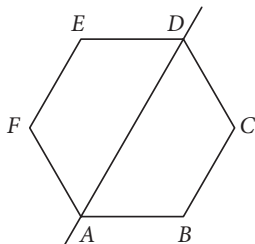
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.15 z 24

Zadanie 28. (0–2)

W trapezie prostokątnym $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$ i $|AB| = 2|CD|$, poprowadzono przekątne AC i BD , przecinające się w punkcie S . Udowodnij, że odległość punktu S od ramienia AD , prostopadłego do podstaw, jest trzy razy mniejsza niż długość podstawy AB .



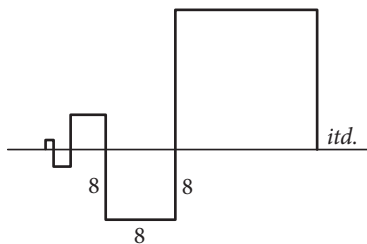
Punkty $A = (-2\sqrt{3}, 0)$, $B = (0, 0)$, $C = (\sqrt{3}, 3)$ są kolejnymi wierzchołkami sześciokąta foremnego $ABCDEF$. Wyznacz równanie prostej zawierającej przekątną AD tego sześciokąta.

A full-page sheet of white graph paper featuring a light gray grid. The grid consists of small, equal-sized squares covering the entire area. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	28	29
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Na rysunku pokazano ciąg kwadratów. Każdy następny kwadrat ma z poprzednim wspólny tylko jeden wierzchołek i dwa razy większą niż on długość boku. Wiedząc, że czwarty kwadrat ma bok długości 8, oblicz długość łamanej narysowanej pogrubioną linią, ograniczającą kwadraty od pierwszego do dziesiątego.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

18 z 24

W koszyku jest pięć kul o numerach 1, 2, 3, 6, 9. Losujemy kolejno bez zwracania trzy kule i zapisujemy ich numery, tworząc liczbę trzycyfrową: numer pierwszej wylosowanej kuli jest cyfrą setek, drugiej – cyfrą dziesiątek, a trzeciej – cyfrą jedności zapisanej liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymamy liczbę podzielną przez 3. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

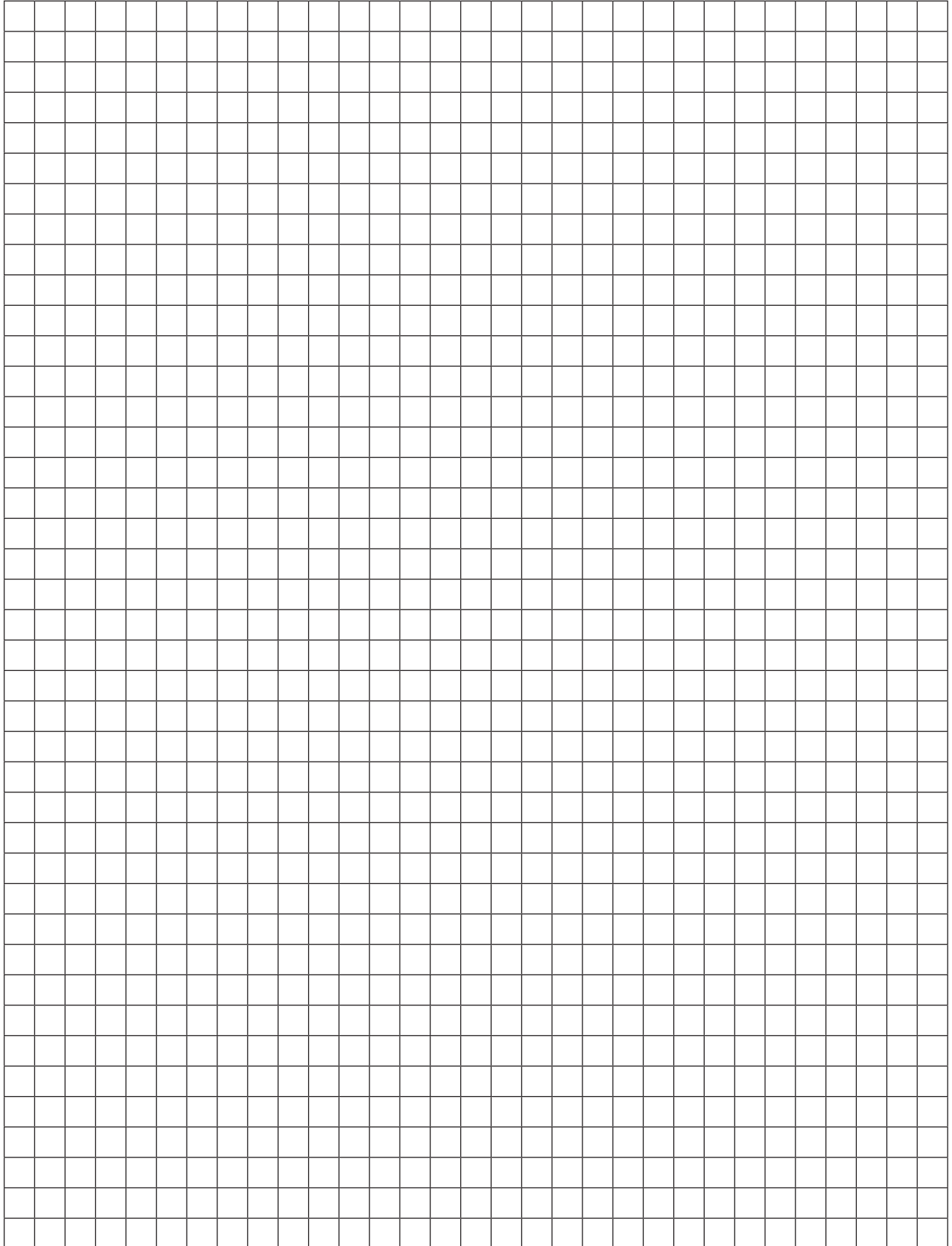
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	30	31
	Maks. liczba pkt	2	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0–4)

W trójkącie prostokątnym ABC punkty $A = (-4, 1)$ i $B = (7, -2)$ są końcami przeciwprostokątnej. Prosta o równaniu $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ zawiera jedną z przyprostokątnych tego trójkąta. Oblicz długość środkowej BS w trójkącie ABC .

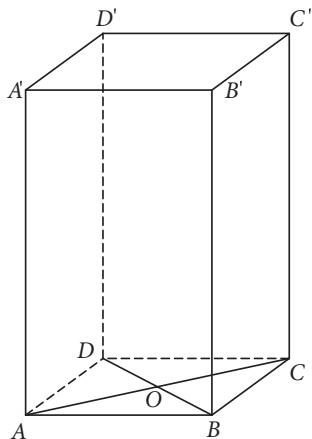


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	32
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym (zobacz rysunek poniżej) punkt O jest punktem przecięcia przekątnych podstawy dolnej, a odcinek OC' jest o 4 dłuższy od przekątnej podstawy. Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną BD podstawy dolnej i wierzchołek C' podstawy górnej. Pole figury otrzymanej w wyniku przekroju jest równe 48. Zaznacz tę figurę na rysunku poniżej i oblicz objętość graniastosłupa.

[illegible]

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	33
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

[illegible]

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

IMIĘ I NAZWISKO *

--	--	--

--

* nieobowiązkowe

KARTA ODPOWIEDZI

Nr zad.	Odpowiedzi			
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	C
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia ucznia do:
dostosowania kryteriów oceniania.
nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

☐	☐
--------------------------	--------------------------

WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY

Nr zad.	Punkty					
	0	1	2	3	4	5
24	☐	☐	☐			
25	☐	☐	☐			
26	☐	☐	☐			
27	☐	☐	☐			
28	☐	☐	☐			
29	☐	☐	☐			
30	☐	☐	☐			
31	☐	☐	☐	☐	☐	
32	☐	☐	☐	☐	☐	
33	☐	☐	☐	☐	☐	☐