



MATERIAŁY DIAGNOSTYCZNE Z MATEMATYKI

CZERWIEC 2011

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 100 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron (zadania 1 – 19).
2. Arkusz zawiera 13 zadań zamkniętych i 6 zadań otwartych.
3. W zadaniach od 1. do 13. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Wybierz tylko jedną odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
4. Rozwiązania zadań od 14. do 19. zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
9. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **30 punktów**.

Zadanie 1. (1 pkt)

Liczba $a = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{-\frac{1}{32}}$. Liczba odwrotna do liczby a jest równa

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

Zadanie 2. (1 pkt)

Równanie $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$ ma dokładnie

- A. trzy rozwiązania: $x = -4, x = -1, x = 1$
B. trzy rozwiązania: $x = -1, x = 1, x = 4$
C. dwa rozwiązania: $x = -4, x = 1$
D. dwa rozwiązania: $x = -4, x = 0$

Zadanie 3. (1 pkt)

Jeżeli $\log_5 3 = p$, to liczba $\log_5 75$ jest równa

- A. $25p$ B. $p + 25$ C. $2p$ D. $p + 2$

Zadanie 4. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $(1 + \sqrt{3})^2 - (1 - \sqrt{3})^2$ jest równa

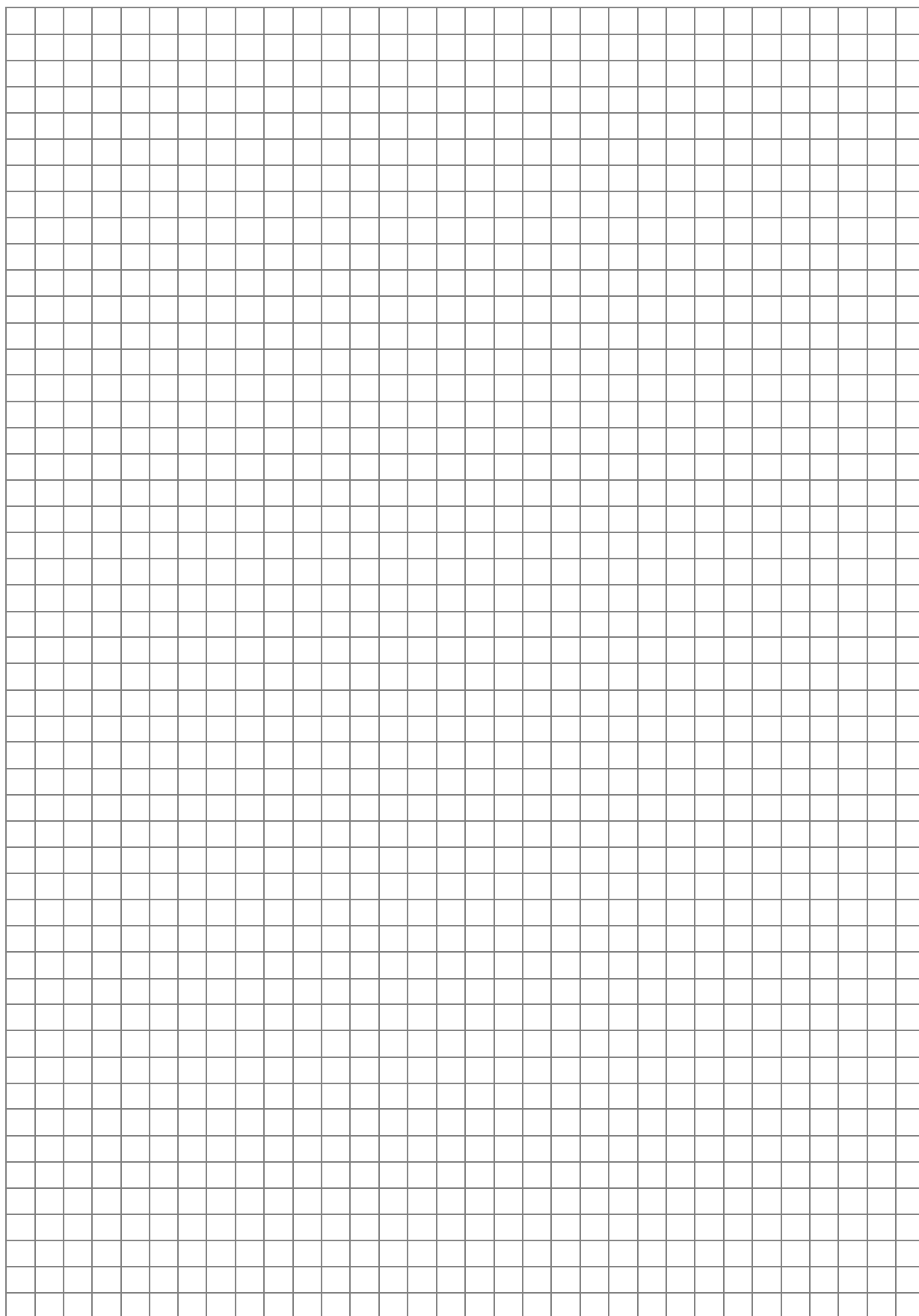
- A. 0 B. $2\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 8

Zadanie 5. (1 pkt)

Dziedzina wyrażenia wymiernego $\frac{x-2}{3-2x}$ jest

- A. $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$
B. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$
C. $(-\infty, 1) \cup (1, 5) \cup (5, \infty)$
D. $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

Brudnopis



Zadanie 6. (1 pkt)

Punkty $A = (-1, 2)$ i $B = (1, -6)$ należą do wykresu funkcji f . Funkcja f określona jest wzorem

- A. $f(x) = -4x + 2$ B. $f(x) = -4x - 2$ C. $f(x) = \frac{1}{4}x - 2$ D. $f(x) = -\frac{1}{4}x - 2$

Zadanie 7. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_1 = 2$ oraz $a_2 = 2\frac{1}{5}$. Wtedy

- A. $a_7 = 3$ B. $a_7 = 3\frac{1}{5}$ C. $a_7 = 3\frac{2}{5}$ D. $a_7 = 4$

Zadanie 8. (1 pkt)

W trójkącie równoramiennym ABC podstawa $|AB| = 6$, a ramiona $|AC| = |BC| = 5$. Wówczas cosinus kąta przy podstawie tego trójkąta jest równy

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

Zadanie 9. (1 pkt)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 6\text{ cm}$, $|AB| = 8\text{ cm}$, $|BC| = 10\text{ cm}$. Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta $A'B'C'$, którego najkrótszy bok ma długość 15 cm . Obwód trójkąta $A'B'C'$ jest równy

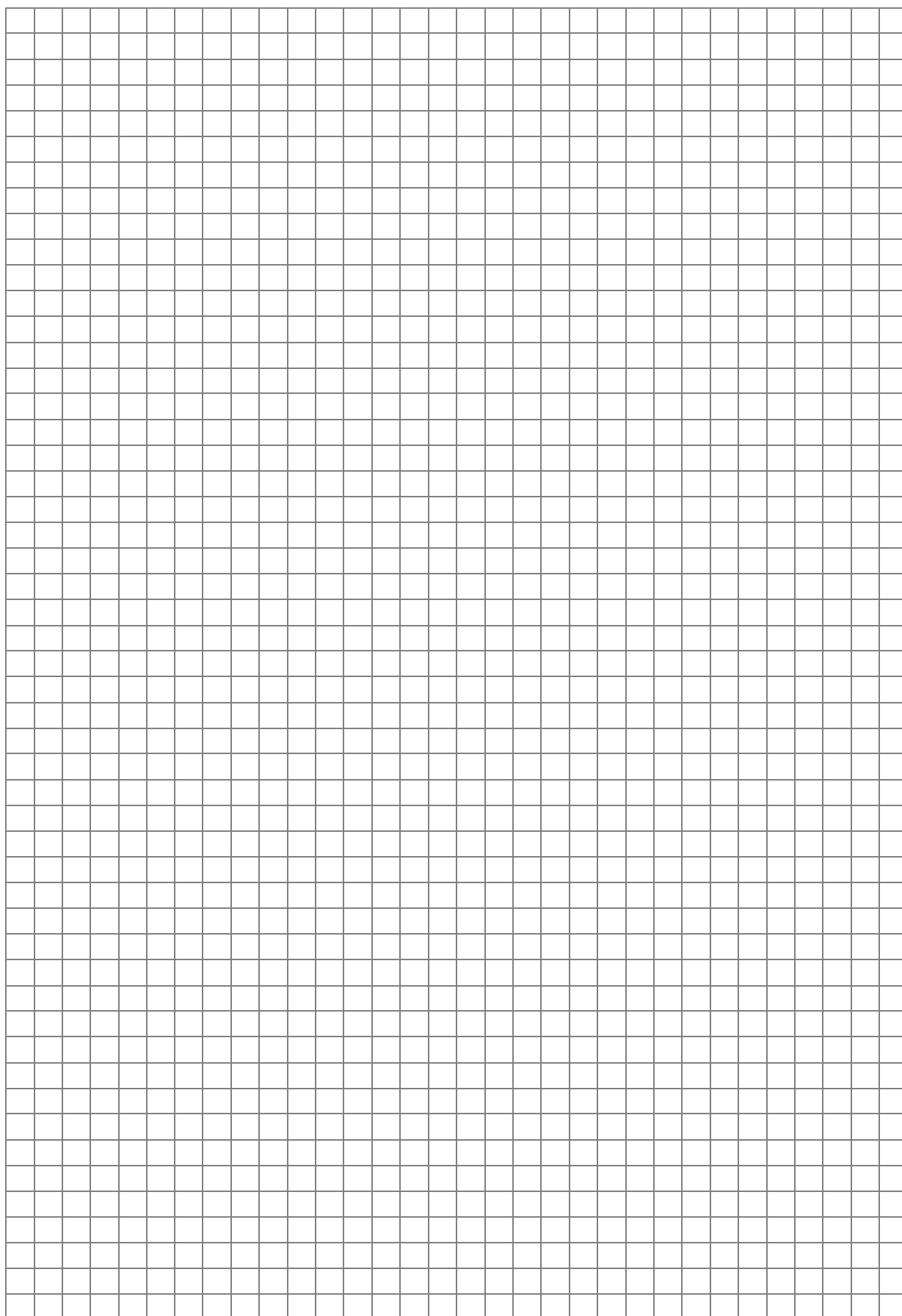
- A. $9,6\text{ cm}$ B. 24 cm C. 60 cm D. 150 cm

Zadanie 10. (1 pkt)

W równoległoboku $ABCD$ bok AB zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x - 3$. Wierzchołek D tego równoległoboku ma współrzędne $(-2, 1)$. Bok DC zawiera się w prostej o równaniu

- A. $y = -2x + 3$ B. $y = 2x - 1$ C. $y = 2x + 5$ D. $y = -x + 1$

Brudnopis



Zadanie 11. (1 pkt)

W czasie remontu torowiska czas przejazdu pociągu wydłużył się o 25%. Prędkość przejazdu na tej trasie zmniejszyła się o

- A. 20% B. 25% C. 50% D. 80%

Zadanie 12. (1 pkt)

Maksymalny przedział, w którym funkcja $y = 4(x - 3)^2 + 2$ jest malejąca to

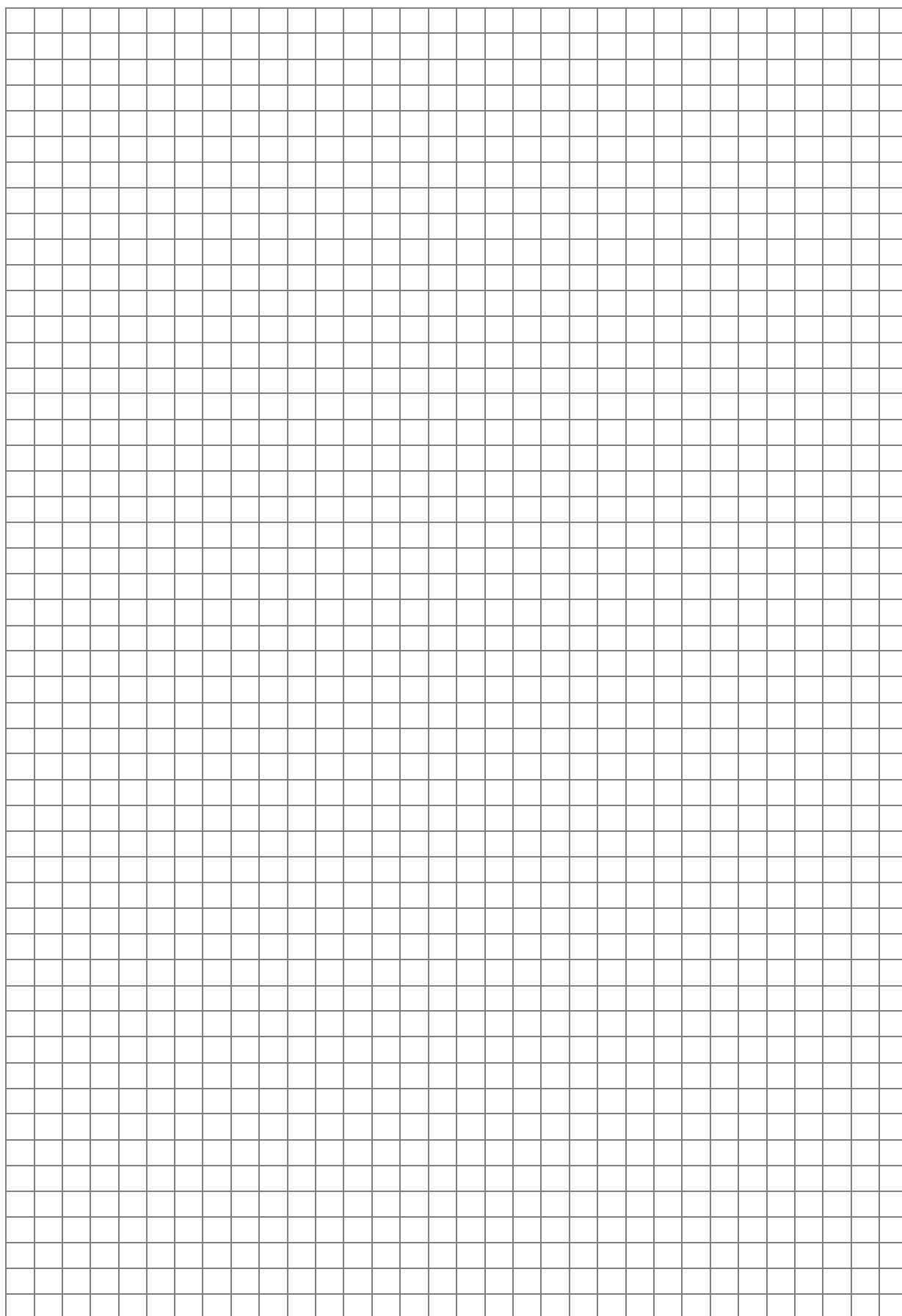
- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(-\infty, 3)$ D. $(-\infty, 2)$

Zadanie 13. (1 pkt)

Równanie okręgu o środku w punkcie $S = (4, -5)$, stycznego do osi Ox , ma postać

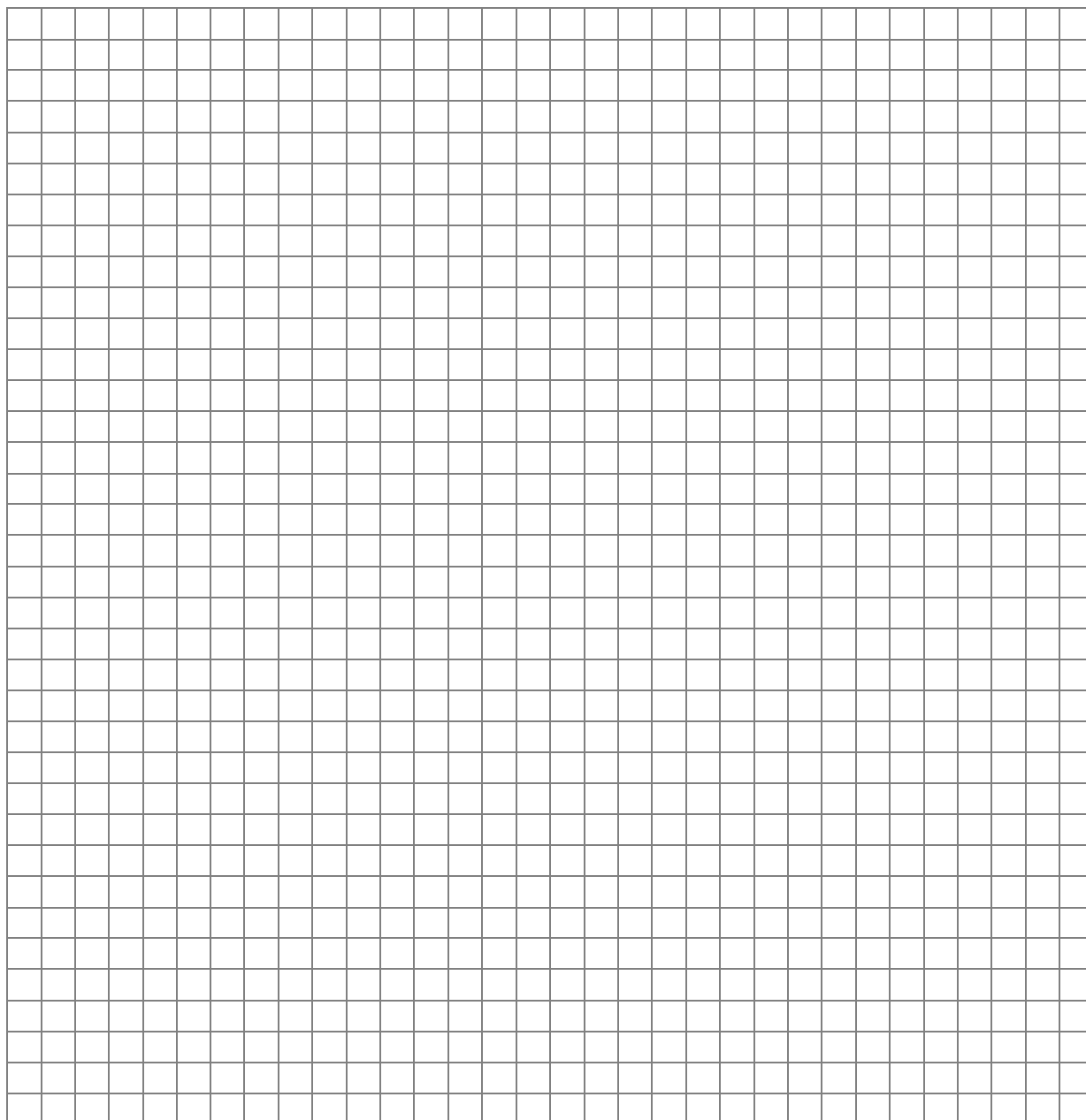
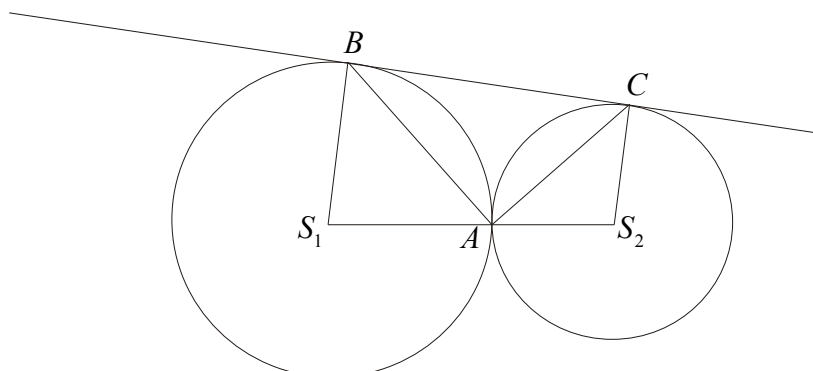
- A. $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 16$
B. $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 25$
C. $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 25$
D. $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 16$

Brudnopis



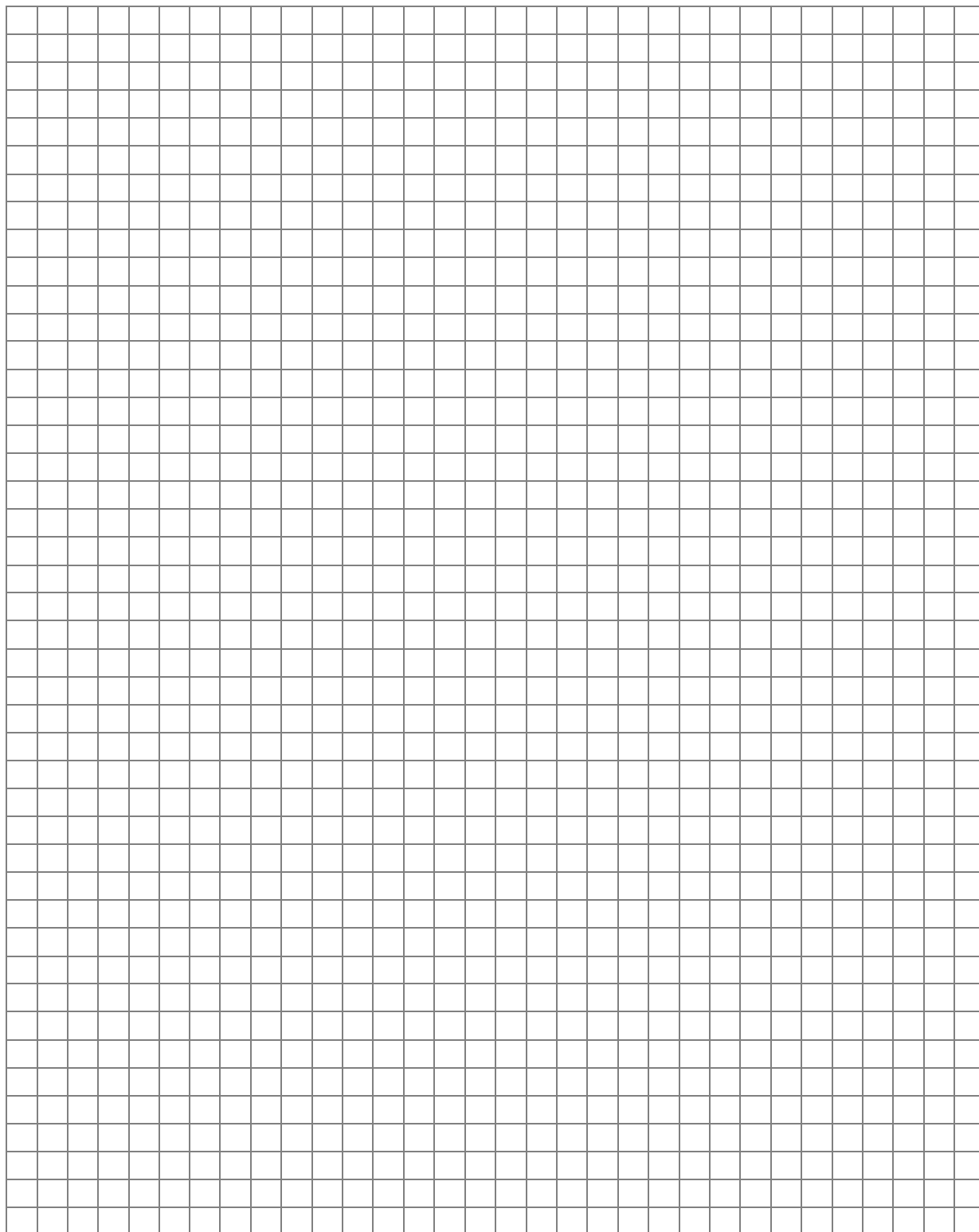
Zadanie 14. (2 pkt)

Dwa okręgi o środkach S_1 i S_2 są styczne zewnętrznie w punkcie A . Poprowadzono prostą styczną do obu okręgów odpowiednio w punktach B i C (patrz rysunek). Wykaż, że kąt BAC jest prosty.



Zadanie 15. (2 pkt)

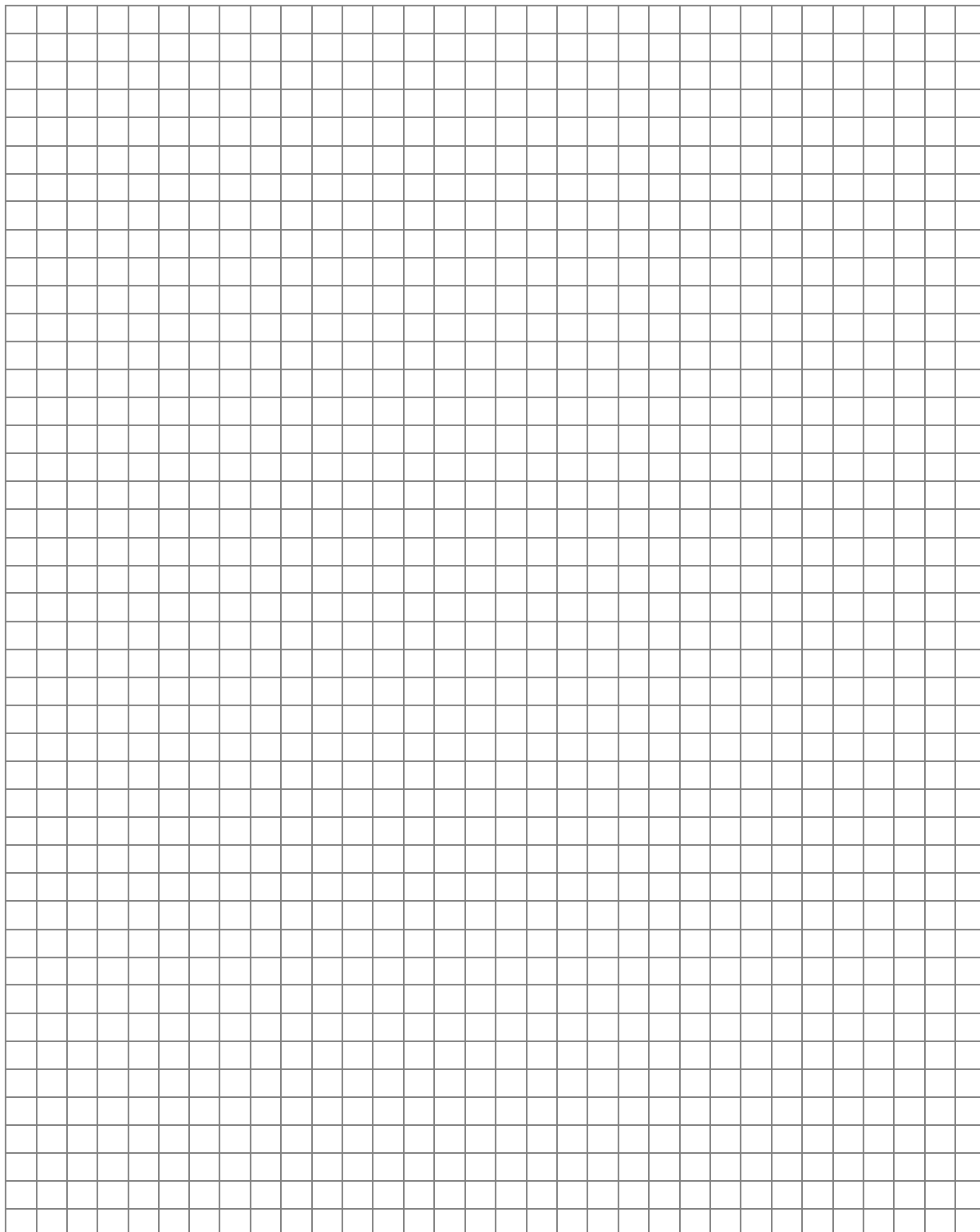
Trójkąt ABC jest prostokątny. W trójkącie tym miara kąta BAC jest równa 90° ,
 $|AB| = a + 3$, $|AC| = a + 4$, $|BC| = 2a - 5$. Oblicz długości boków tego trójkąta.



Odpowiedź:

Zadanie 16. (2 pkt)

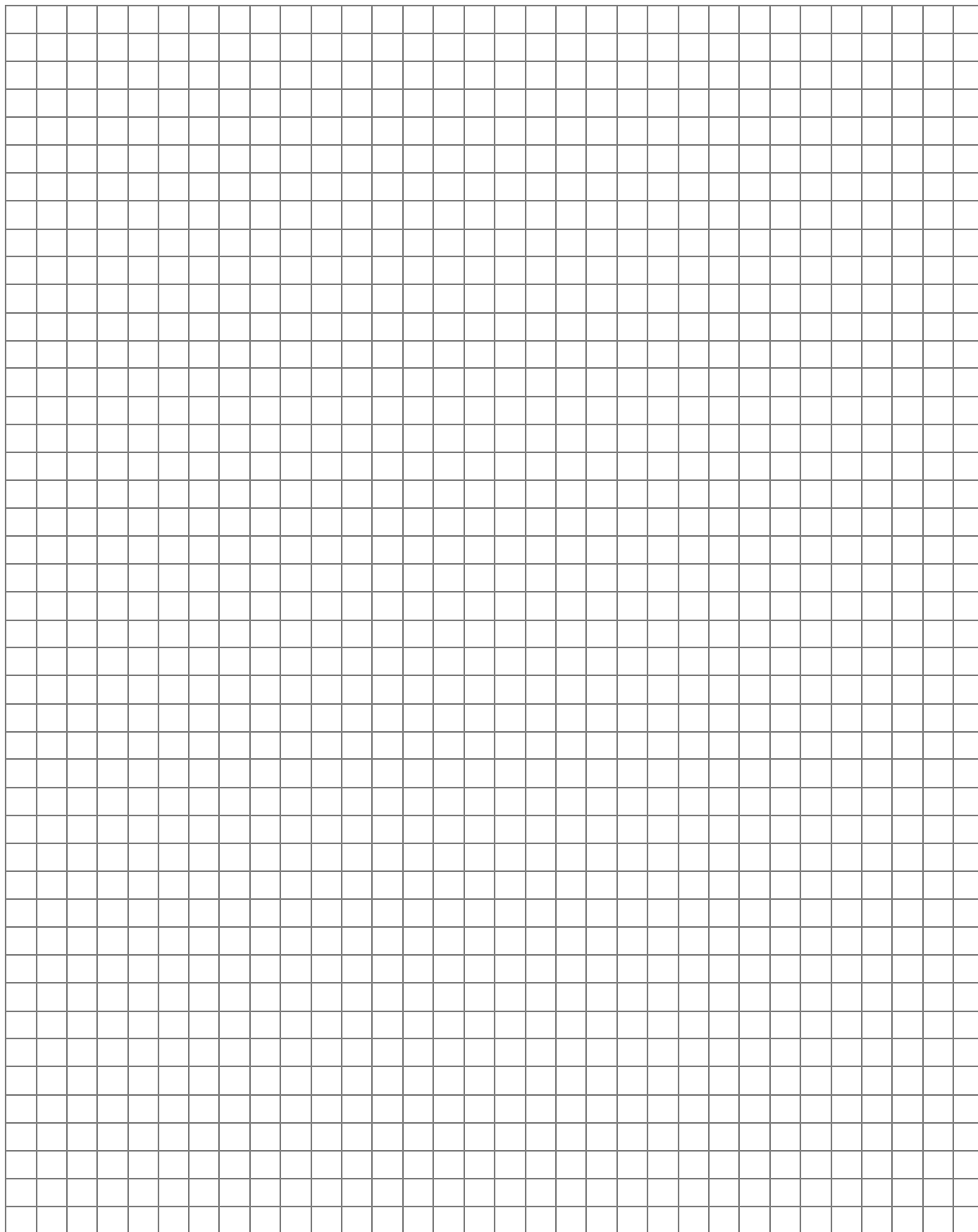
Zbadaj, czy istnieje taki kąt ostry α , dla którego $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Odpowiedź uzasadnij.



Odpowiedź:

Zadanie 17. (2 pkt)

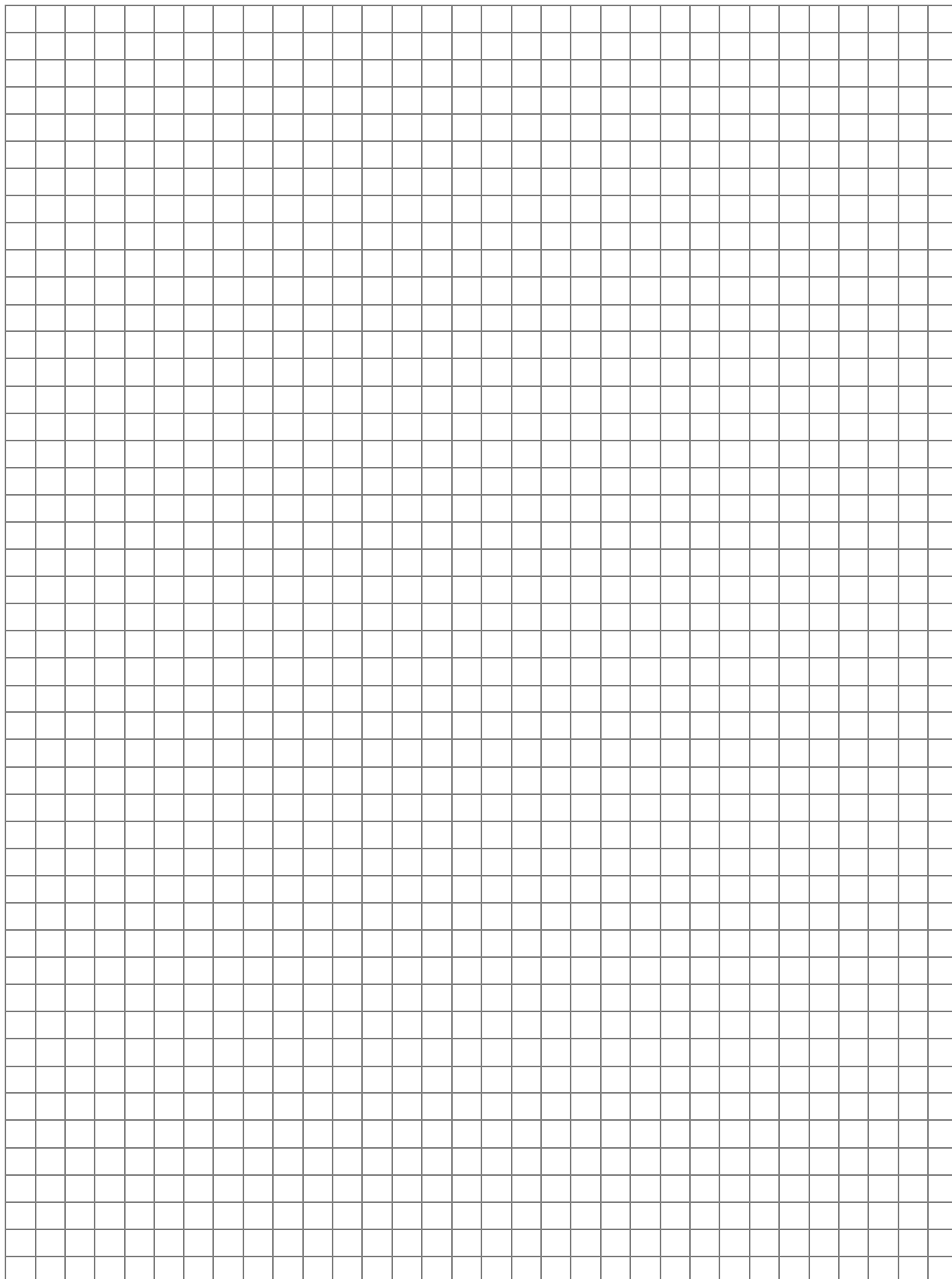
Ciąg geometryczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = -2 \cdot 3^{n+1}$. Oblicz iloraz tego ciągu oraz sumę czterech początkowych wyrazów tego ciągu.

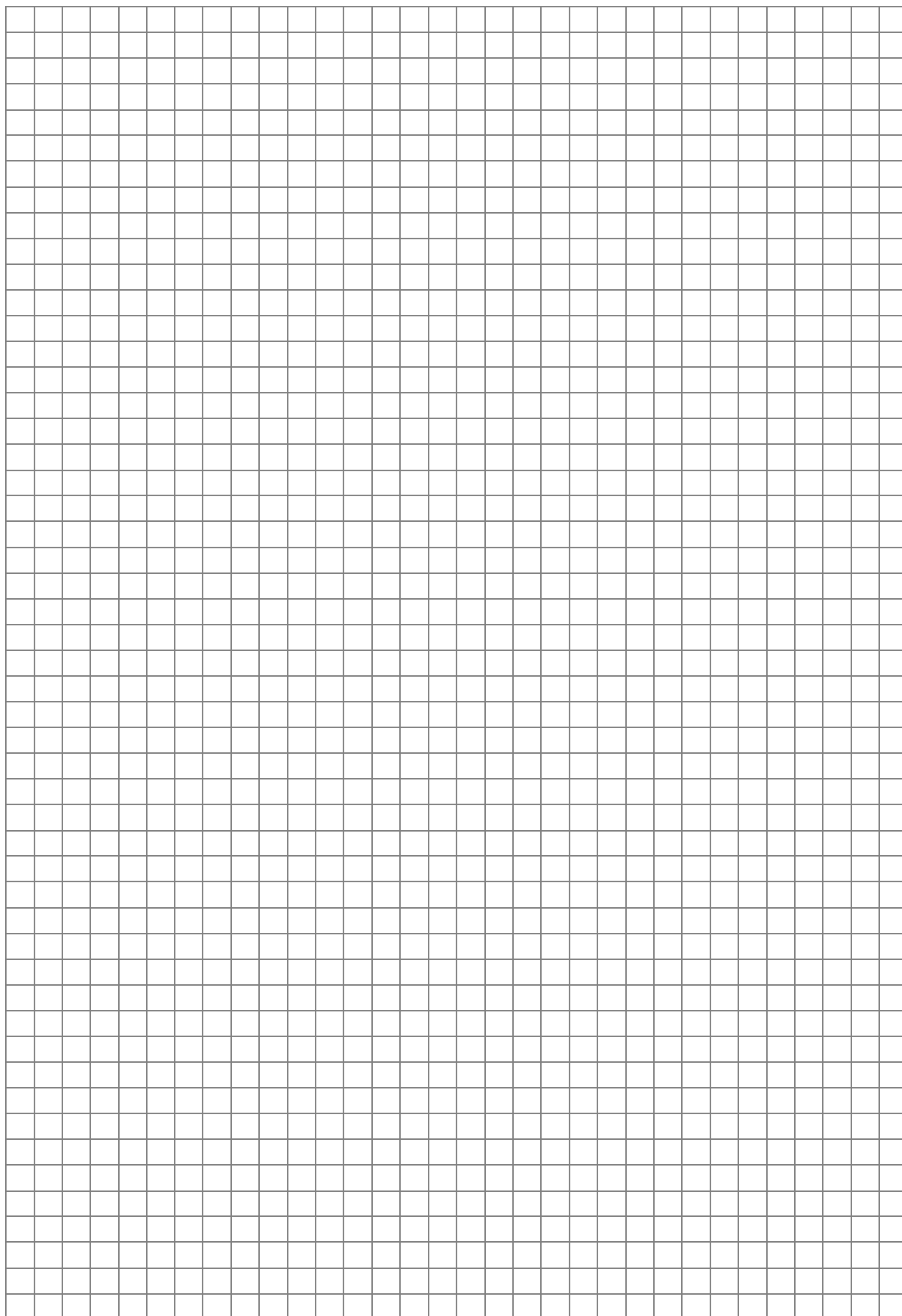


Odpowiedź:

Zadanie 18. (4 pkt)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC , w którym wysokości przecinają się w punkcie o współrzędnych $S = (1, 3)$. Jeden z wierzchołków tego trójkąta ma współrzędne $A = (-1, 5)$. Oblicz pole i obwód tego trójkąta.

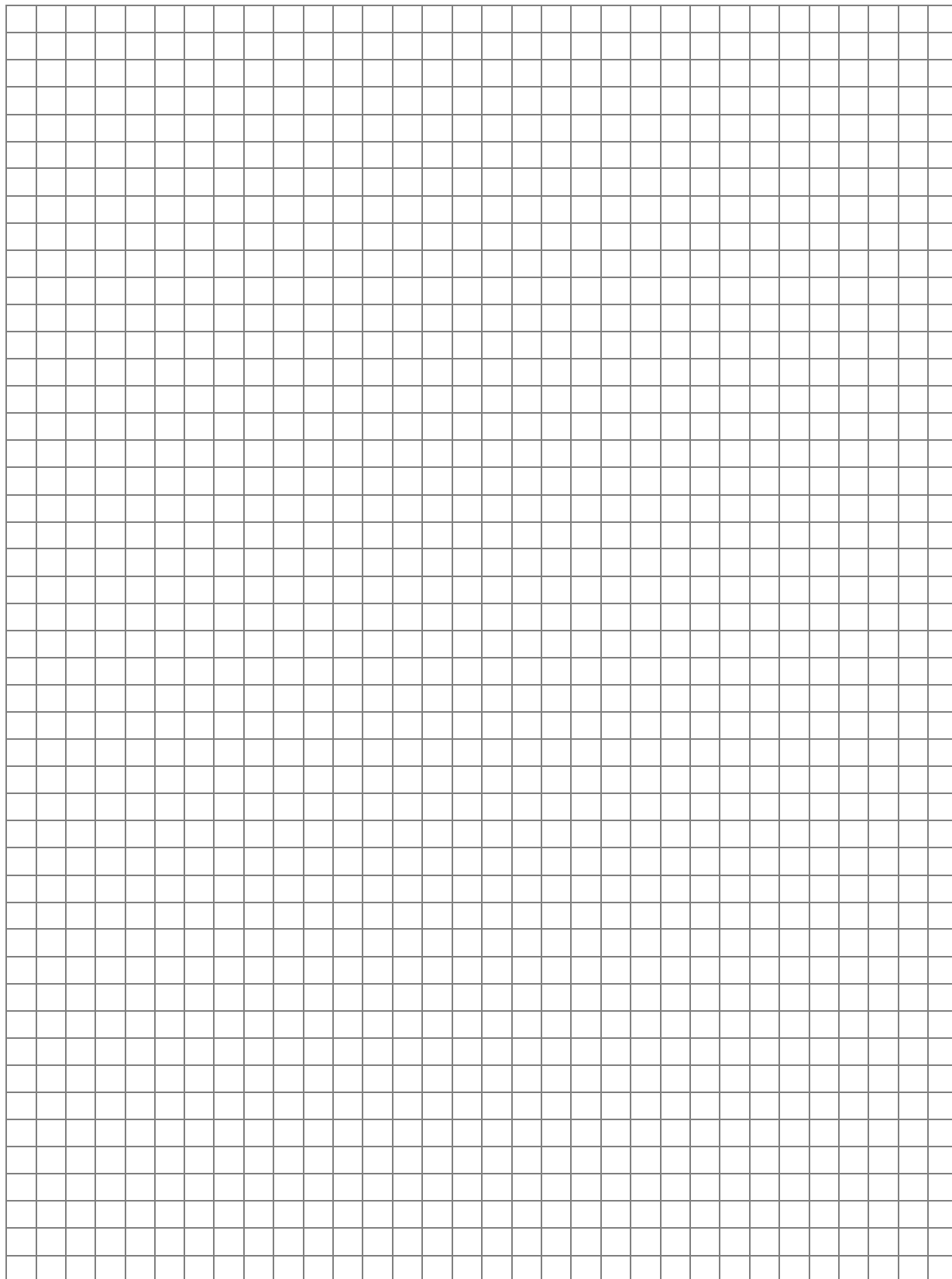


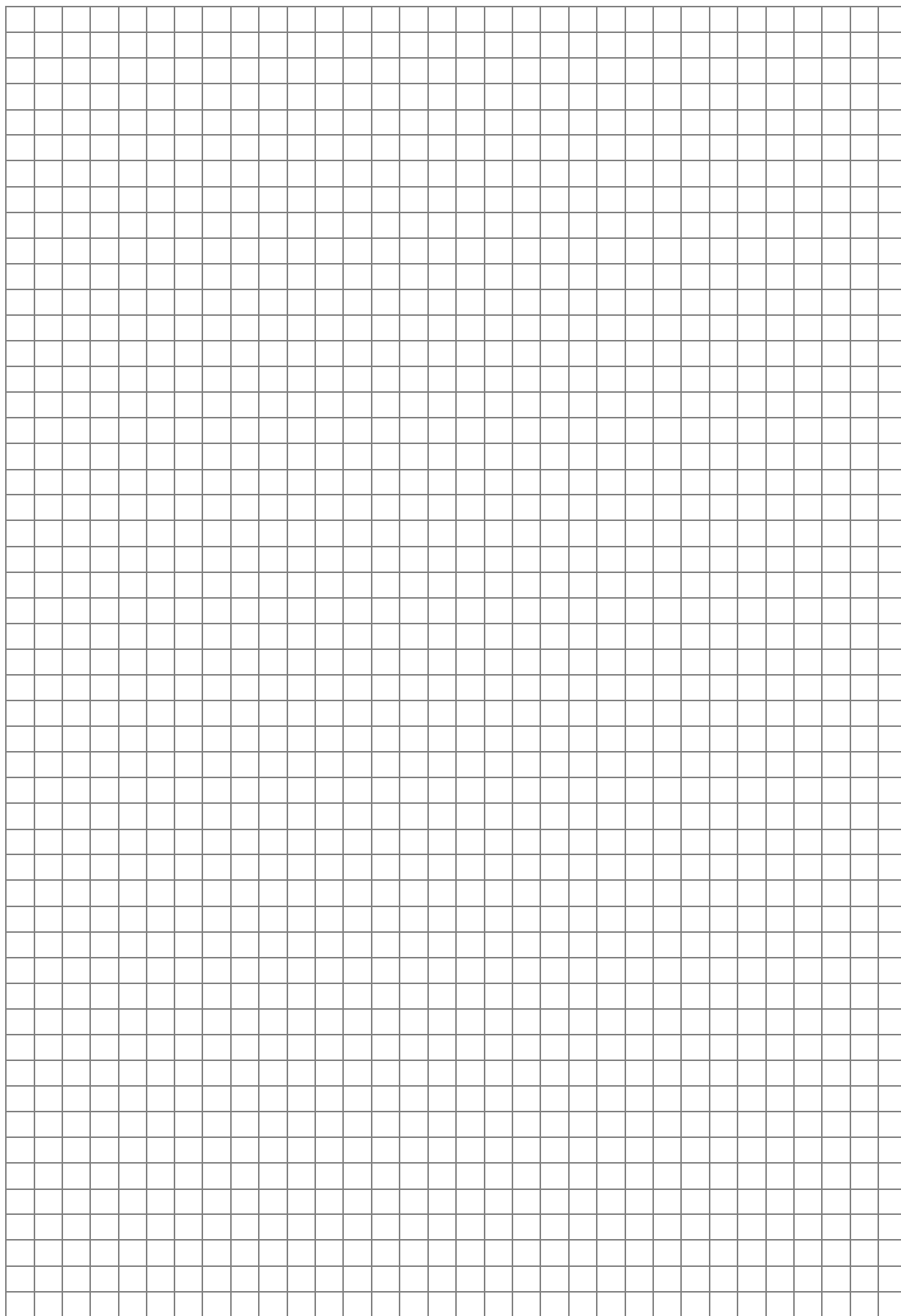


Odpowiedź:

Zadanie 19. (5 pkt)

Dwie prostokątne działki rekreacyjne mają taką samą powierzchnię równą 310m^2 . Długość drugiej działki jest o 4,8 m krótsza od długości pierwszej, a szerokość o 3 m dłuższa od szerokości pierwszej. Podaj wymiary działki o mniejszym obwodzie.





Odpowiedź:

Brudnopis

