

**EGZAMIN
W KLASIE TRZECIEJ GIMNAZJUM
W ROKU SZKOLNYM 2017/2018**

CZĘŚĆ 2.

MATEMATYKA

**ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ
ARKUSZE: GM-MX1, GM-M2, GM-M4, GM-M5**

KWIECIEŃ 2018

Zadanie 1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji [...].

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne dodatnie w systemie rzymskim (w zakresie do 3000). 2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 3) dodaje, odejmuje [...] liczby wymierne.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych.

Rozwiązanie

FP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	5. Procenty. Uczeń: 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	3. Potęgi. Uczeń: 2) zapisuje w postaci jednej potęgi: [...] iloczyny i ilorazy potęg o takich samych wykładnikach [...].

Rozwiązanie

FP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	7. Równania. Uczeń: 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...]; 3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.

Rozwiązanie

E

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej; 3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne.

Rozwiązanie

PF

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów.

Rozwiązanie

PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe [...] i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach [...].

Rozwiązanie

TC

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 2) odczytuje współrzędne danych punktów. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu [...].

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości [...] ujemne [...].

Rozwiązanie

PF

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola [...] trójkątów i czworokątów.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 15) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 2) [...] ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta).

Rozwiązanie

FF

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 9) oblicza pola [...] trójkątów [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni [...] walca [...]. 6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

Uwaga

- Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosował poprawne metody obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC, ...)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m^2 - m_2$, ...).

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza [...] medianę zestawu danych.

Przykładowe rozwiązanie

Medianą zestawu trzech liczb: 3, 5, 9 jest liczba 5.

Liczbę x można dopisać do początkowego zestawu liczb na jednej z czterech pozycji.

Uporządkowany zestaw czterech liczb (II)	Mediana zestawu II	Zgodność z warunkami zadania (mediana II > 5)
$x, 3, 5, 9$	$\frac{3+5}{2} = 4 < 5$	nie
$3, x, 5, 9$	$\frac{x+5}{2} < 5$ dla $x \neq 3$ i $x \neq 5$	nie
$3, 5, x, 9$	$\frac{5+x}{2} > 5$ dla $x \neq 5$ i $x \neq 9$	tak
$3, 5, 9, x$	$\frac{5+9}{2} = 7$	tak

Mediana nie zmienia się, gdy liczbą dopisaną do zestawu będzie 5.

Mediana zestawu II jest większa od 5, gdy dopisana czwarta liczba jest większa od 5.

Poziom wykonania**P₆ – 2 punkty – pełne rozwiązanie**

uzasadnienie, że mediana zestawu czterech liczb jest większa od mediany początkowego zestawu trzech liczb, gdy dopisana czwarta liczba jest większa od 5

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
 poprawny sposób porównania wartości mediany czterech liczb z medianą trzech liczb w co najmniej jednym przypadku dopisania liczby czwartej na jednej z czterech możliwych pozycji w szeregu

LUB

zapisanie, że mediana zestawu czterech liczb będzie średnią arytmetyczną dwóch środkowych liczb tego zestawu, w tym liczby 5, przynajmniej w dwóch przypadkach dopisania czwartej liczby na jednej z czterech możliwych pozycji w szeregu

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

Jeżeli uczeń sprawdza warunki zadania, przyjmując konkretne liczby, to otrzymuje 0 punktów.

Zadanie 22. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...]. 5. Procenty. Uczeń: 1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent [...]. 7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Przykładowe rozwiązania**I sposób**

x – cena hurtowa deskorolki

y – cena hurtowa kasku

$$\begin{cases} x = y + 60 \\ 1,2x + 1,4y = 397 \end{cases} \quad | \cdot 10$$

$$\begin{cases} x = y + 60 \\ 12x + 14y = 3970 \end{cases}$$

$$12(y + 60) + 14y = 3970$$

$$26y = 3970 - 720$$

$$26y = 3250 \quad | : 26$$

$$y = 125 \text{ zł}$$

$$x = 185 \text{ zł}$$

$$125 + 185 = 310 \text{ zł}$$

Odpowiedź: Deskorolka i kask łącznie kosztowały w hurtowni 310 zł.

II sposób x – cena hurtowa deskorolki $x - 60$ – cena hurtowa kasku

$$1,2x + 1,4(x - 60) = 397$$

$$2,6x = 397 + 84$$

$$2,6x = 481$$

$$x = 185 \text{ zł}$$

$$185 - 60 = 125 \text{ (zł)}$$

$$185 + 125 = 310 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Deskorolka i kask łącznie kosztowały w hurtowni 310 zł.

III sposób x – cena detaliczna deskorolki y – cena detaliczna kasku

$$\begin{cases} x + y = 397 \\ \frac{5}{6}x = \frac{5}{7}y + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 222 \\ y = 175 \end{cases}$$

$$\frac{5}{6} \cdot 222 = 185$$

$$\frac{5}{7} \cdot 175 = 125$$

$$125 + 185 = 310 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Deskorolka i kask łącznie kosztowały w hurtowni 310 zł.

Poziom wykonania**P₆ – 4 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie łącznego kosztu zakupu po cenach hurtowych deskorolki i kasku (310 zł)

P₅ – 3 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)

poprawny sposób wyznaczenia łącznego kosztu zakupu kasku i deskorolki po cenach hurtowych

LUB

obliczenie ceny hurtowej deskorolki (185 zł) lub ceny hurtowej kasku (125 zł)

P₃ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy

zapisanie poprawnego układu równań opisującego związku między wielkościami podanymi w zadaniu

LUB

zapisanie poprawnego równania z niewiadomą oznaczającą cenę hurtową deskorolki albo równania z niewiadomą oznaczającą cenę hurtową kasku

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
zapisanie jednego z dwóch równań układu równań pierwszego stopnia (przy poprawnym oznaczeniu niewiadomych)

LUB

opisanie wyrażeniami algebraicznymi związków między ceną hurtową deskorolki i ceną hurtową kasku (II sposób)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

W przypadku błędnej interpretacji rozwiązania układu równań (równania) uczeń może maksymalnie otrzymać 2 punkty.

IV sposób (metoda prób i błędów)

$$K: 100 + 0,4 \cdot 100 = 140$$

$$D: 160 + 0,2 \cdot 160 = 192 \quad 140 + 192 = 332 \neq 397$$

$$K: 120 + 0,4 \cdot 120 = 168$$

$$D: 180 + 0,2 \cdot 180 = 216 \quad 168 + 216 = 384 \neq 397$$

$$K: 125 + 0,4 \cdot 125 = 175$$

$$D: 185 + 0,2 \cdot 185 = 222 \quad 175 + 222 = 397$$

$$125 + 185 = 310 \text{ zł}$$

Odpowiedź: Deskorolka i kask łącznie kosztowały w hurtowni 310 zł.

Poziom wykonania

P₆ – 4 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie łącznego kosztu zakupu po cenach hurtowych deskorolki i kasku (310 zł)

P₅ – 3 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)

sprawdzenie jednego z dwóch warunków zadania dla pary liczb, która spełnia drugi warunek i nie jest rozwiązaniem zadania i sprawdzenie warunków zadania dla pary liczb, która jest rozwiązaniem zadania oraz przedstawienie poprawnego sposobu obliczenia łącznego kosztu zakupu po cenach hurtowych kasku i deskorolki (IV sposób)

P₃ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane, ale w trakcie ich pokonywania popełniono błędy

sprawdzenie warunków zadania dla pary liczb, która jest rozwiązaniem zadania i obliczenie łącznego kosztu zakupu po cenach hurtowych kasku i deskorolki (IV sposób)

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
sprawdzenie jednego z dwóch warunków zadania dla pary liczb, która spełnia drugi warunek i nie jest rozwiązaniem zadania (IV sposób)

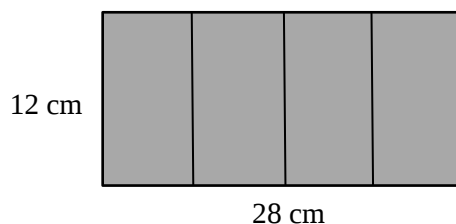
P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 23. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego [...] (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

Przykładowe rozwiązanieI przypadek

Ustalamy wymiary graniastosłupa.



albo

$$h = 12 \text{ cm}$$

$$P_b = 4ah$$

$$12 \cdot 28 = 4a \cdot 12$$

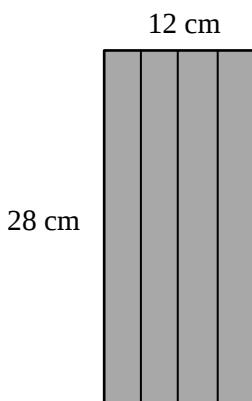
$$a = 28 : 4 = 7 \text{ (cm)}$$

$$h = 12 \text{ cm}, a = 28 : 4 = 7 \text{ (cm)}$$

Obliczamy objętość tego graniastosłupa.

$$V = a^2 \cdot h$$

$$V = 7^2 \cdot 12 = 588 \text{ (cm}^3\text{)}$$

II przypadek

albo

$$h = 28 \text{ cm}$$

$$P_b = 4ah$$

$$12 \cdot 28 = 4a \cdot 28$$

$$a = 12 : 4 = 3 \text{ (cm)}$$

$$h = 28 \text{ cm}, a = 12 : 4 = 3 \text{ (cm)}$$

Obliczamy objętość tego graniastosłupa.

$$V = a^2 \cdot h$$

$$V = 3^2 \cdot 28 = 252 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Obliczamy różnicę objętości pudełek.

$$588 \text{ cm}^3 - 252 \text{ cm}^3 = 336 \text{ cm}^3$$

Odpowiedź: Objętość jednego pudełka jest o 336 cm^3 większa od objętości drugiego pudełka.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie różnicy objętości pudełek (336 cm^3)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne
poprawny sposób obliczenia objętości obydwu pudełek

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy i poprawny sposób obliczenia objętości jednego pudełka

LUB

poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy obydwu pudełek

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostek.