



**EGZAMIN
W KLASIE TRZECIEJ GIMNAZJUM
W ROKU SZKOLNYM 2015/2016**

CZĘŚĆ 2.

MATEMATYKA

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ
ARKUSZE: GM-MX1, GM-M2, GM-M4, GM-M5

KWIECIEŃ 2016

Zadanie 1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykres funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w [...] życiu codziennym).

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez [...] 3, 5 [...]. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	3. Potęgi. Uczeń: 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych; 2) wyłącza czynnik przed znak pierwiastka [...].

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	5. Procenty. Uczeń: 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent [...].

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

Rozwiązanie

FF

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	5. Procenty. Uczeń: 3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	7. Równania. Uczeń: 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykres funkcji. Uczeń: 3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, [...], dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, [...] a dla jakich zero.

Rozwiązanie

FP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności. 8. Wykresy funkcji. Uczeń: 2) odczytuje współrzędne danych punktów.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności. 6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami.

Rozwiązanie

PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza średnią arytmetyczną [...] zestawu danych.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, [...]) i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia [...], dwójki lub szóstkę w rzucie kostką, itp.).

Rozwiązanie

PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola [...] trójkątów i czworokątów. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu [...].

Rozwiązanie

PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa. 4. Pierwiastki. Uczeń: 3) mnoży [...] pierwiastki drugiego stopnia.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 10. Bryły. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych [...].

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

Uwaga

- Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosował poprawne metody obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC, ...)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m^2 - m_2$, ...).

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe [...].

Przykładowe rozwiązanie

Numery piłeczek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

Wśród jedenastu kolejnych liczb naturalnych, którymi ponumerowano piłeczki jest 6 liczb nieparzystych: 1, 3, 5, 7, 9, 11. Aby mieć pewność, że przynajmniej jedna wyjęta piłeczka jest oznaczona liczbą parzystą, Janek musi wyjąć z pudełka co najmniej 7 piłeczek. Może się zdarzyć, że sześć kolejno wylosowanych piłeczek będzie oznaczonych liczbami nieparzystymi, wtedy piłeczka wylosowana jako siódma musi być oznaczona liczbą parzystą.

Poziom wykonania

P₆ – 2 punkty – pełne rozwiązanie

podanie poprawnej liczby piłeczek (7) i uzasadnienie odpowiedzi

P₁ – 1 punkt – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania

podanie poprawnej liczby piłeczek (7), ale bez uzasadnienia odpowiedzi

LUB

stwierdzenie, że trzeba wyjąć o jedną piłeczkę więcej niż jest piłeczek o numerach nieparzystych

LUB

zauważenie, że można najpierw wyjąć wszystkie piłeczki o numerach nieparzystych

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

Liczba piłeczek o numerach nieparzystych nie może być określona błędnie.

Zadanie 22. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...]. 7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Przykładowe rozwiązania

I sposób

x – liczba ośmioosobowych przedziałów zajętych przez uczniów
 $x + 3$ – liczba sześcioosobowych przedziałów, które zajęliby wszyscy uczniowie
 $8x$ – liczba uczniów w przedziałach ośmioosobowych
 $6(x + 3)$ – liczba uczniów w przedziałach sześcioosobowych
 $8x = 6(x + 3)$
 $x = 9$
Obliczamy, ilu uczniów pojechało na wycieczkę:
 $9 \cdot 8 = 72$
Odpowiedź: Na wycieczkę pojechało 72 uczniów.

II sposób

x – liczba uczniów, którzy pojechali na wycieczkę
 $\frac{x}{8}$ – liczba przedziałów ośmioosobowych zajętych przez uczniów
 $\frac{x}{6}$ – liczba przedziałów sześcioosobowych, które zajęliby wszyscy uczniowie
 $\frac{x}{8} + 3 = \frac{x}{6}$
 $x = 72$
Odpowiedź: Na wycieczkę pojechało 72 uczniów.

III sposób

x – liczba przedziałów zajętych przez uczniów
 y – liczba uczniów
$$\begin{cases} 8x = y \\ 6(x + 3) = y \end{cases}$$
$$\begin{cases} 8x = y \\ 6x + 18 = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x = y \\ 6x + 18 = 8x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x = y \\ x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 72 = y \\ x = 9 \end{cases}$$

Odpowiedź: Na wycieczkę pojechało 72 uczniów.

IV sposób

x – liczba uczniów

y – liczba przedziałów zajętych przez uczniów

$$\begin{cases} \frac{x}{8} = y \\ \frac{x}{6} = y + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{8} = y \\ \frac{x}{6} = \frac{x}{8} + 3 \end{cases}$$

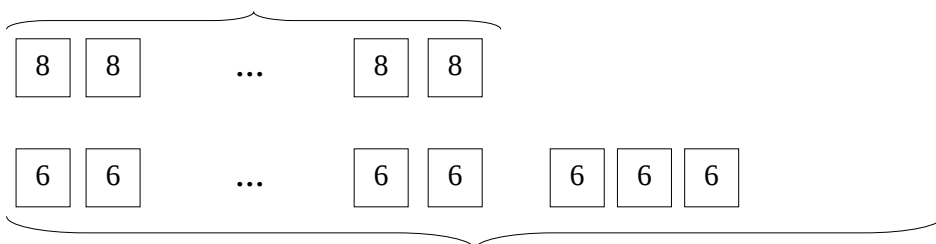
$$\frac{x}{24} = 3$$

$$x = 72$$

Odpowiedź: Na wycieczkę pojechało 72 uczniów.

V sposób

Przedziały ośmioosobowe zajęte przez uczniów



Przedziały sześćoosobowe, które zajęliby wszyscy uczniowie.

Obliczamy, ilu uczniów byłoby w trzech sześćoosobowych przedziałach: $3 \cdot 6 = 18$

Obliczamy, ile przedziałów sześćoosobowych można byłoby dopełnić tymi uczniami, aby w każdym było ośmioro uczniów: $18 : 2 = 9$

Obliczamy, ilu uczniów jest w dziewięciu ośmioosobowych przedziałach: $9 \cdot 8 = 72$

Odpowiedź: Na wycieczkę pojechało 72 uczniów.

VI sposób (metoda prób i błędów)

Liczba przedziałów ośmioosobowych	2	3	5	7	9	10
Liczba uczniów w tych przedziałach	16	24	40	56	72	80
Liczba przedziałów sześcioosobowych	5	6	8	10	12	13
Liczba uczniów w tych przedziałach	30	36	48	60	72	78

Odpowiedź: Na wycieczkę pojechało 72 uczniów.

VII sposób

Liczba uczniów musi być liczbą podzielną przez 6 i przez 8 (wspólne wielokrotności liczb 6 i 8):
24, 48, 72, 96,

Sprawdzamy, która z tych liczb spełnia warunki zadania:

dla 24 mamy: $24 : 6 = 4$ i $24 : 8 = 3$; różnica $4 - 3 = 1$ nie spełnia warunków zadania

dla 48 mamy: $48 : 6 = 8$ i $48 : 8 = 6$; różnica $8 - 6 = 2$ nie spełnia warunków zadania

dla 72 mamy: $72 : 6 = 12$ i $72 : 8 = 9$; różnica $12 - 9 = 3$ spełnia warunki zadania

dla 96 mamy: $96 : 6 = 16$ i $96 : 8 = 12$; różnica $16 - 12 = 4$ nie spełnia warunków zadania

Odpowiedź: Na wycieczkę pojechało 72 uczniów.

Poziom wykonania**P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

ustalenie liczby uczniów, którzy pojechali na wycieczkę (72)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne
zapisanie równania z niewiadomą oznaczającą liczbę przedziałów ośmioosobowych lub sześcioosobowych (I sposób)

LUB

zapisanie równania z niewiadomą oznaczającą liczbę uczestników wycieczki (II sposób)

LUB

zapisanie poprawnego układu równań opisującego związku między wielkościami podanymi w zadaniu, również bez oznaczenia niewiadomych użytych w równaniach (III, IV sposób)

LUB

poprawny sposób obliczenia liczby przedziałów ośmioosobowych $18 : 2$
ALBO poprawny sposób obliczenia liczby uczniów $3 \cdot 3 \cdot 8$ lub $3 \cdot 4 \cdot 6$ (V sposób)

LUB

sprawdzenie w co najmniej dwóch przypadkach, ilu uczniów (z uwzględnieniem liczby 72) mieści się w przedziałach odpowiednio ośmio- i sześcioosobowych, gdy liczba przedziałów sześcioosobowych jest o 3 większa od liczby przedziałów ośmioosobowych (VI sposób)

LUB

sprawdzenie, która spośród wspólnych wielokrotności liczb 6 i 8 spełnia warunki zadania (VII sposób)

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

opisanie wyrażeniami algebraicznymi związków między liczbą uczniów a liczbą zajętych przedziałów sześć i ośmioosobowych (I, II sposób)

LUB

zapisanie jednego z dwóch równań układu równań pierwszego stopnia (III, IV sposób)

LUB

poprawny sposób obliczenia liczby uczniów w trzech przedziałach sześćosobowych, np. $3 \cdot 6$, $6 + 6 + 6$

ALBO ustalenie, że uczniów z trzech przedziałów ośmioosobowych można umieścić w czterech przedziałach sześćosobowych (V sposób)

LUB

sprawdzenie w co najmniej dwóch przypadkach, ilu uczniów (bez uwzględnienia liczby 72) mieści się w przedziałach odpowiednio ośmio- i sześćosobowych, gdy liczba przedziałów sześćosobowych jest o 3 większa od liczby przedziałów ośmioosobowych (VI sposób)

LUB

sprawdzenie warunków zadania dla jednej wspólnej wielokrotności liczb 6 i 8, różnej od 72
ALBO zapisanie co najmniej dwóch wspólnych wielokrotności liczb 6 i 8 (VII sposób)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

Jeśli uczeń sprawdził warunki zadania tylko dla liczby 72, to przyznaje się 1 punkt.

Zadanie 23. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza [...] objętość [...] walca, [...] kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Objętość walca: $V_w = \pi \cdot 4^2 \cdot 4,5 = 72\pi$

Objętość półkuli: $V_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi$

Stosunek objętości walca do objętości półkuli: $\frac{V_w}{V_p} = \frac{72\pi}{18\pi} = 4$

$$V_p = \frac{1}{4} V_w$$

Odpowiedź: Objętość półkuli jest 4 razy mniejsza od objętości walca.

II sposób

Objętość walca: $V_w = \pi \cdot 4^2 \cdot 4,5 = 72\pi$

Objętość półkuli: $V_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi$

Stosunek objętości półkuli do objętości walca: $\frac{V_p}{V_w} = \frac{18\pi}{72\pi} = \frac{1}{4}$

Odpowiedź: Objętość półkuli stanowi $\frac{1}{4}$ objętości walca.

III sposób

Objętość walca: $V_w = \pi \cdot 4^2 \cdot 4,5 = 72\pi$

Objętość kuli: $V_k = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi$

Stosunek objętości kuli do objętości walca: $\frac{V_k}{V_w} = \frac{36\pi}{72\pi} = \frac{1}{2}$

Odpowiedź: Skoro objętość kuli jest 2 razy mniejsza od objętości walca, to objętość półkuli jest 4 razy mniejsza od objętości walca.

Poziom wykonania**P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie, ile razy objętość półkuli jest mniejsza od objętości walca (4)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończono lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne
poprawny sposób obliczenia objętości walca i poprawny sposób obliczenia objętości kuli (półkuli)

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

poprawny sposób obliczenia objętości walca

LUB

poprawny sposób obliczenia objętości kuli (półkuli)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

1. Jeżeli uczeń przedstawił **pełne** rozwiązanie, w którym po podstawieniu w pamięci $R = 3$ do wzoru na objętość kuli, skrócił w tym wzorze liczbę 3 i zapisał $V = 4\pi R^2$, to przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
2. Nie ocenia się stosowania jednostek miary.